

*X Всероссийский Съезд по теоретической и прикладной механике,
24-30 августа, 2011, Нижний Новгород*

Лагранжев подход в механике дисперсных сред: Преимущества и перспективы

А.Н. Осипцов

*Зав. лабораторией механики
многофазных сред,
Институт механики МГУ
им. М.В. Ломоносова
osiptsov@imec.msu.ru*

Содержание

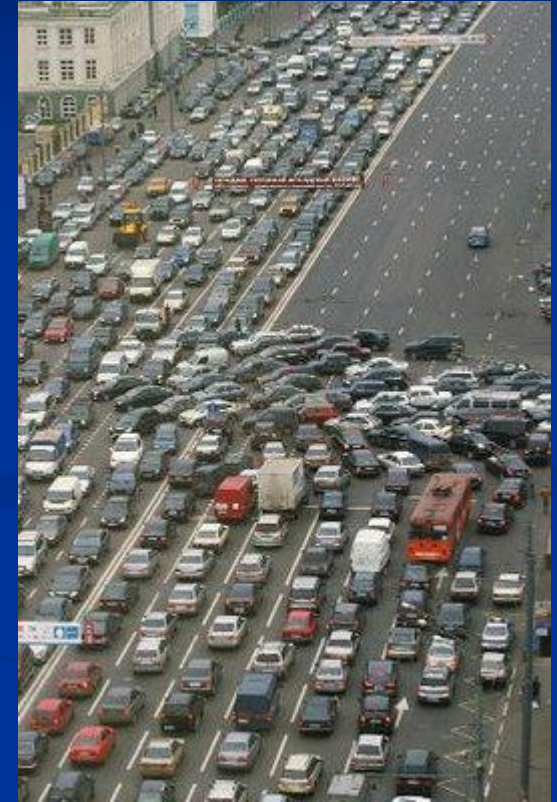
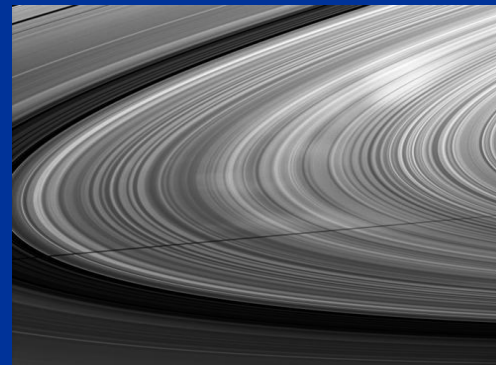
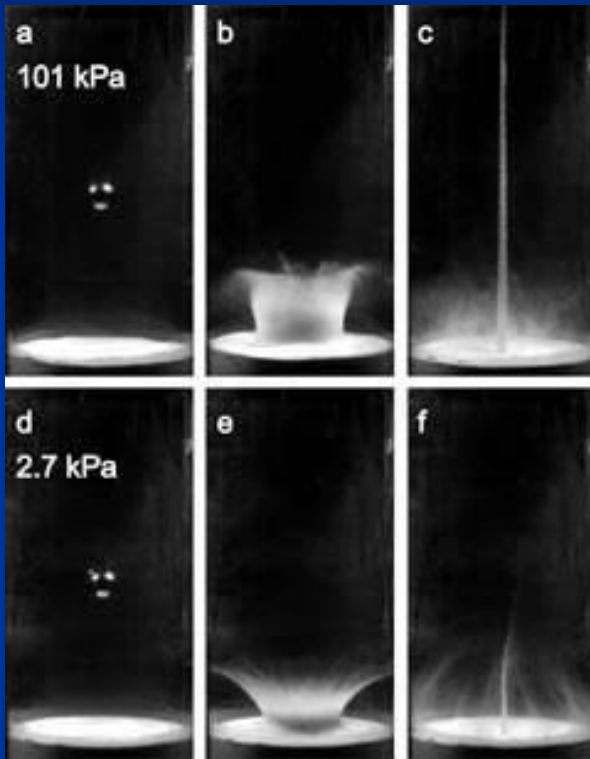
- Примеры сред без давления
- Проблемы в моделировании: фрагментация фазового объема, каустики, складки, сборки, сингулярности плотности и др.
- Идеи «полного лагранжева подхода» (FLA)
- Примеры течений, рассчитанных с помощью FLA (многозначные поля скорости и плотности, сингулярности плотности, фокусировка частиц, поля градиентов плотности и пр.)

**Мотивация
и примеры приложений, в которых используются
модели сред без давления**

**MOTIVATION AND EXAMPLES OF
APPLICATIONS**

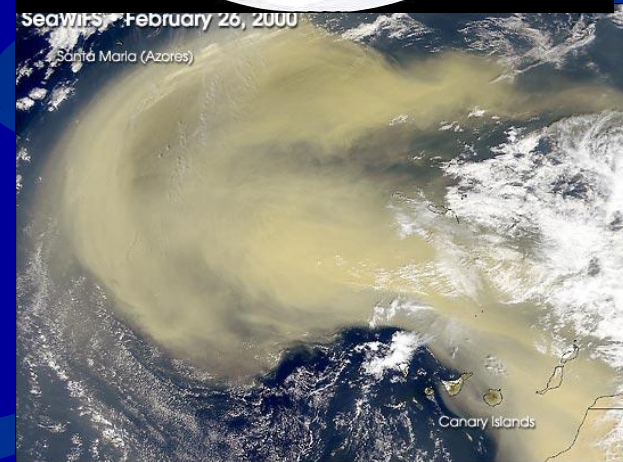
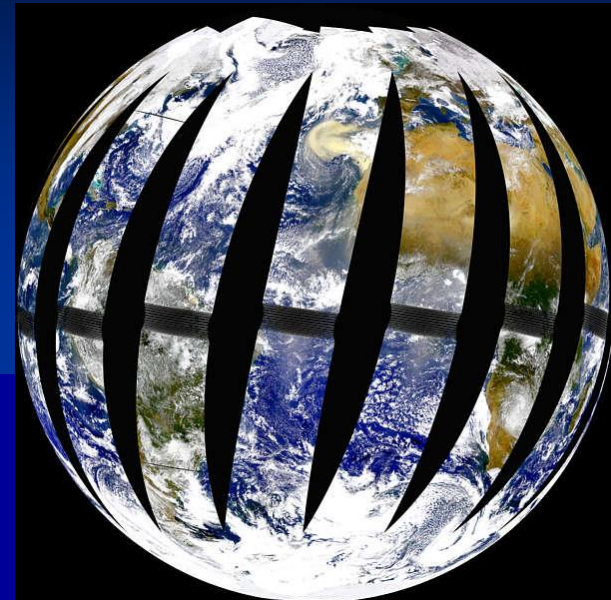
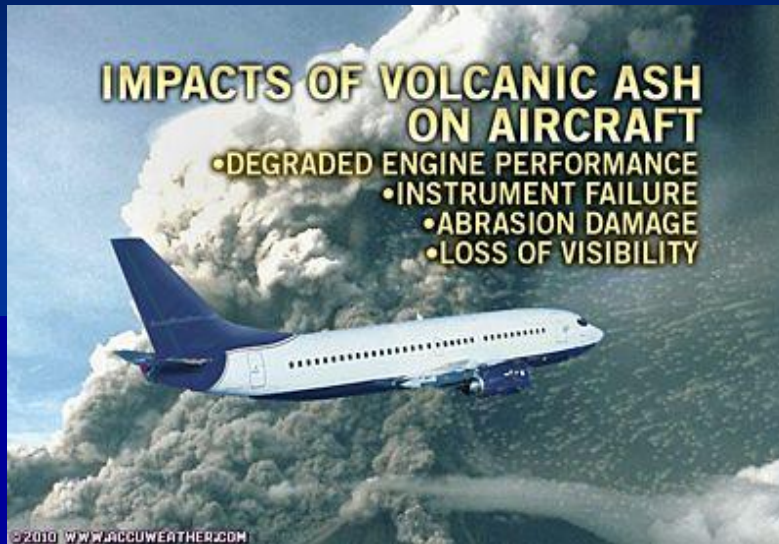
СРЕДЫ, СОСТОЯЩИЕ ИЗ ОТДЕЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

(гиперзвуковые потоки газа, скопления звезд и галактик, транспортные потоки, высокоскоростное деформирование сплошных сред, холодная компонента в плазме, гранулированные среды, дисперсная фаза в многофазных потоках и пр.)



HYPERSONIC GAS FLOWS, LARGE SCALE MASS DISTRIBUTION IN THE UNIVERSE, TRAFFIC JAMS, HIGH-SPEED DEFORMATION OF SOLID MEDIA, "COLD" PLASMA, GRANULAR FLOWS, DISPERSED PHASE IN MULTIPHASE FLOWS, ETC.

Движение летательных аппаратов в запыленной атмосфере



- Пыль из Сахары над Атлантикой

Конденсационные аэрозоли

■ F/A-18 Hornet

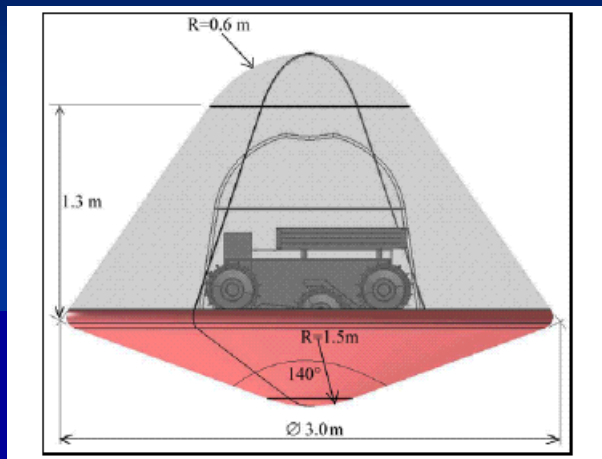


■ F/A-18



Марсианский проект AURORA (ESA)

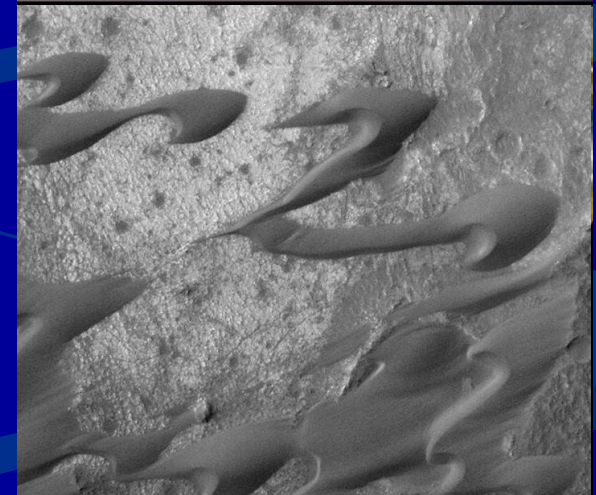
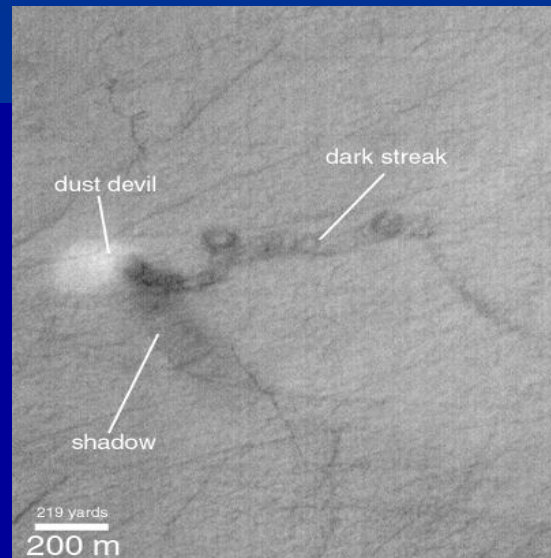
СПУСКАЕМЫЙ АППАРАТ



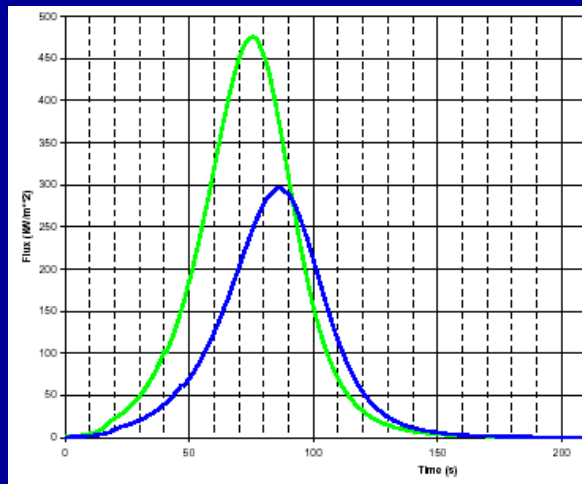
РАЗВИТАЯ ПЫЛЬНАЯ БУРЯ



ПРЕДВЕСТНИКИ ПЫЛЬНОЙ БУРИ



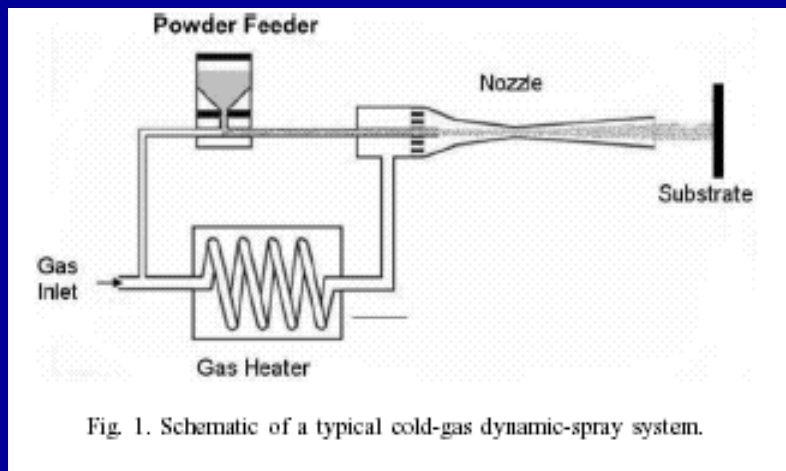
ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ



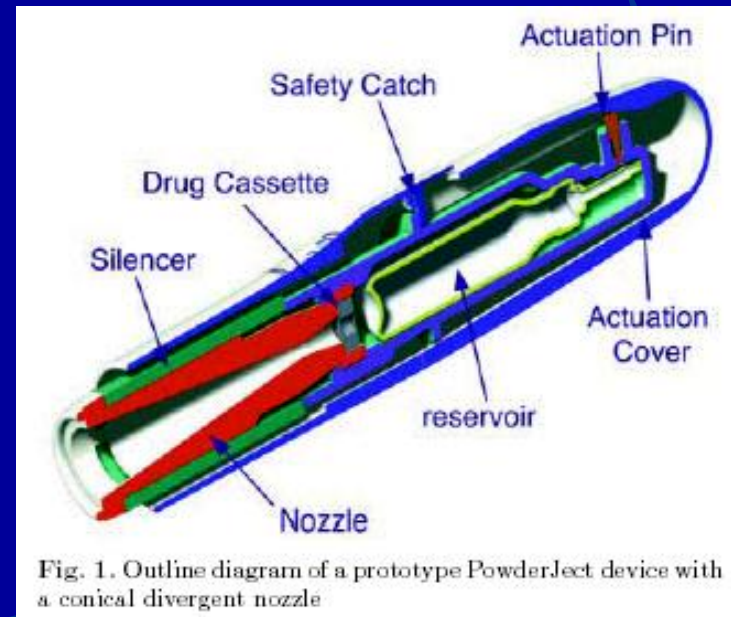
ДЮНЫ НА МАРСЕ

Технологии очистки поверхностей, нанесения покрытий и внедрения частиц с использованием высокоскоростных двухфазных струй

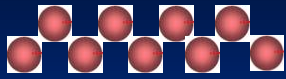
«ХОЛОДНОЕ» НАПЫЛЕНИЕ



«БЕЗЫГОЛЬНОЕ» ПОДКОЖНОЕ ВНЕДРЕНИЕ ПОРОШКОВЫХ ЛЕКАРСТВ



Различные уровни описания дисперсной фазы в дисперсной смеси



$$\sigma, m, \rho_s^0, T_s$$

а) Индивидуальные частицы

$$\frac{dr_i}{dt} = \mathbf{c}_i, \quad m_i \frac{dc_i}{dt} = \mathbf{f}_i, \quad c_s m_i \frac{dT_{si}}{dt} = q_i, \quad \frac{d\sigma_i}{dt} = j_i$$

б) Кинетический уровень

$$f^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}, T_s, \sigma, \dots)$$

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \mathbf{c} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial f^{(1)}(\mathbf{f}/m)}{\partial \mathbf{c}} + \frac{\partial f^{(1)}(q/(c_s m))}{\partial T_s} + \frac{\partial f^{(1)} j}{\partial \sigma} = I_c$$

Концентрация и средняя скорость частиц

$$n_s(t, \mathbf{r}) = \int f^{(1)} d\mathbf{c} d\sigma dT_s$$

$$n_s \mathbf{V}_s = \int f^{(1)} \mathbf{c} d\mathbf{c} d\sigma dT_s$$

Несущая фаза: ур-я Н-С + Q_1, Q_2

$$Q_1 = - \int f^{(1)} \mathbf{f} d\mathbf{c} dT_s$$

$$Q_2 = - \int f^{(1)} q d\mathbf{c} dT_s - \int f^{(1)} \mathbf{f} (\mathbf{c} - \mathbf{V}) d\mathbf{c} dT_s$$

в) Континуальный уровень

$$I_c = 0, \quad \sigma_k = const$$

$$f^{(1)} = \sum_k n_{sk}(t, \mathbf{r}) \delta(\mathbf{c} - \mathbf{V}_{sk}) \delta(T_s - T_{sk})$$

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + div(n_s \mathbf{V}_s) = 0$$

$$m \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \mathbf{f}_s, \quad c_s m \frac{dT_s}{dt} = q_s$$

ур-я Н-С $Q_1 = -n_s \mathbf{f}_s$

$$Q_2 = -n_s q_s - n_s \mathbf{f}_s (\mathbf{V}_s - \mathbf{V})$$

Базовая континуальная модель «холодной» среды

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \operatorname{div}(n_s \mathbf{V}_s) = 0$$

$$m \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \mathbf{f}_s, \quad c_s m \frac{dT_s}{dt} = q_s$$

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{f}_s(t, x, y, z, V, \nabla V, n_s, \dots)$$

Проблемы моделирования:
сжимаемость “холодной” среды частиц и сингулярности в поле числовой
ПЛОТНОСТИ

$$St \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s)$$

$$St = 0: \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_s, \quad \text{div } \mathbf{v}_s = 0$$

↓

$$\mathbf{n}_s = \text{const}$$

$$St \neq 0 \text{ (в т.ч. } St \ll 1):$$

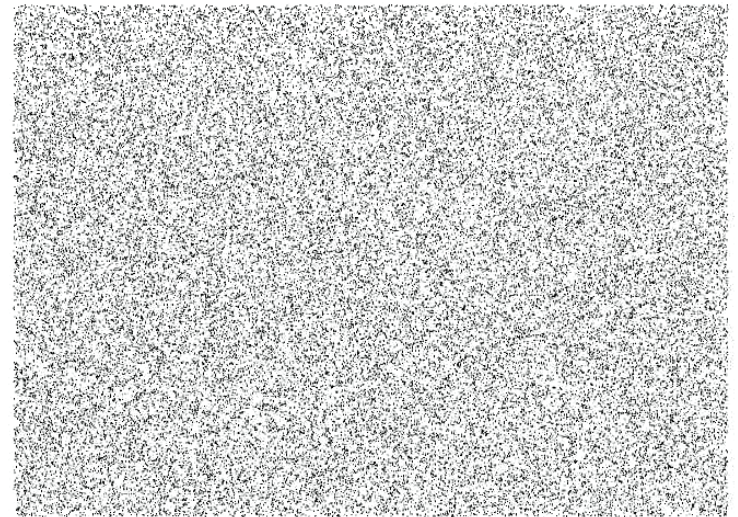
↓

$$\text{div } \mathbf{v}_s \neq 0$$

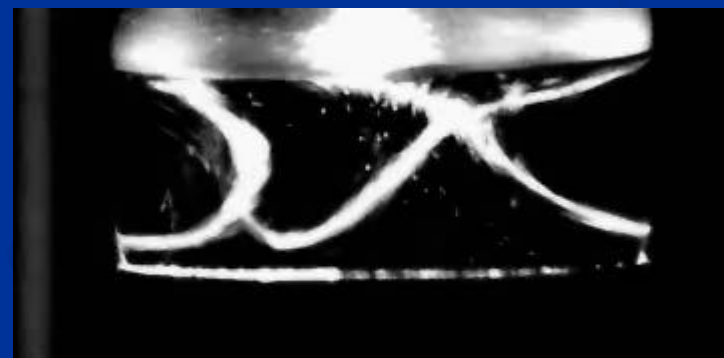
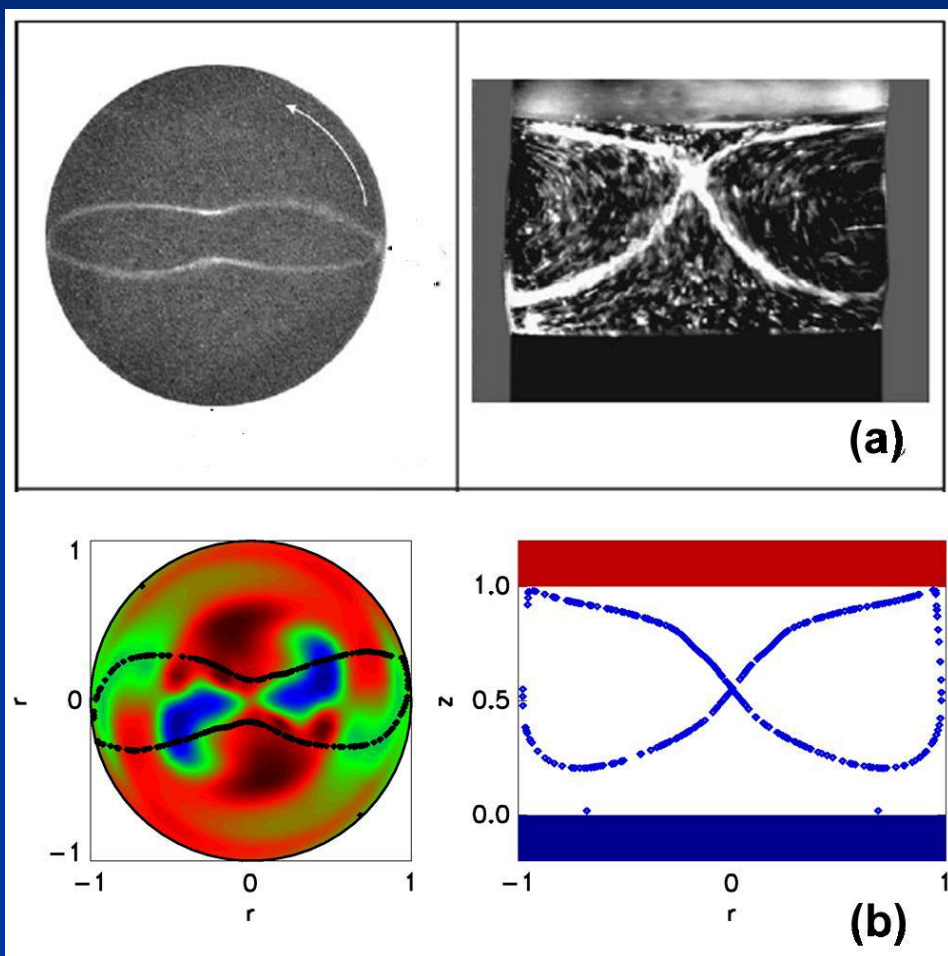
Легкие частицы



Тяжелые частицы



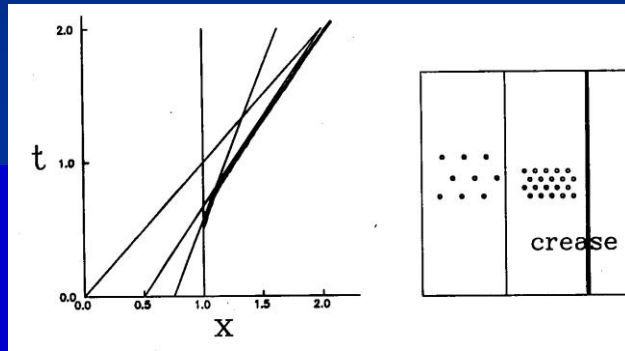
“Нитеобразные” зоны аккумуляции частиц в периодических конвективных течениях



D. Schwabe, 1996

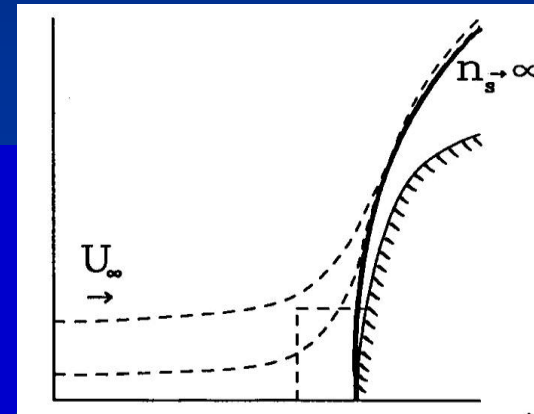
Примеры течений с каустиками и сингулярностями числовой плотности частиц

Одномерные течения с образованием складок

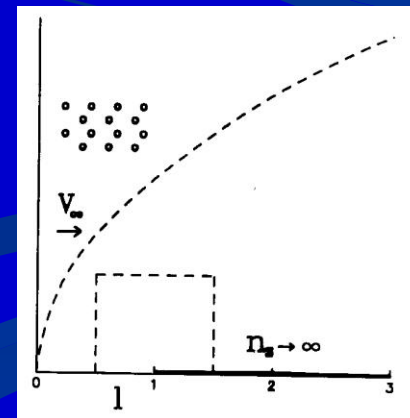


ВАЖНО:
в точках интегрируемых особенностей расстояние между частицами остается конечным и бесстолкновительная модель среды частиц остается применимой

Обтекание затупленных тел в режиме отсутствия инерционного осаждения частиц

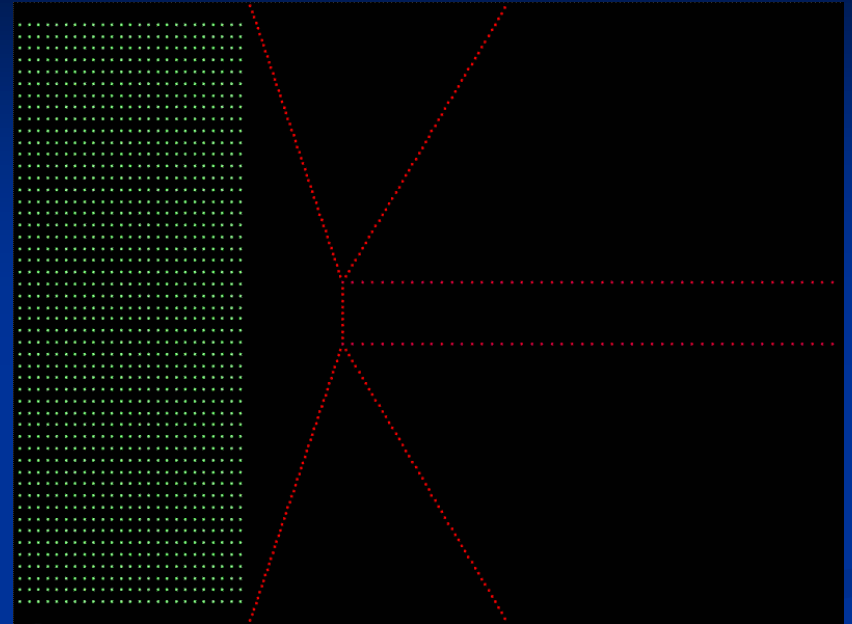
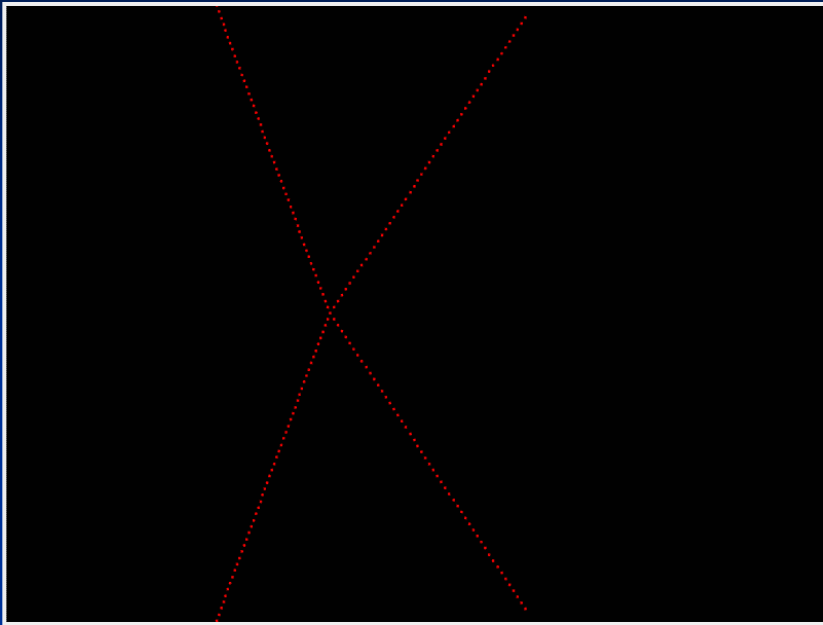


Накопление стоксовских частиц на стенке



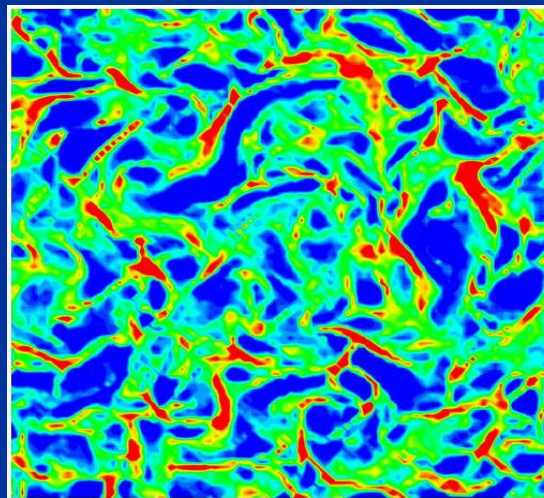
ПРИМЕРЫ ТЕЧЕНИЙ СО «СКЛАДКАМИ» И ФРАГМЕНТАЦИЕЙ

Взаимодействие ударных волн



И.В. Голубкина, А.Н. Осипцов, МЖГ 2007

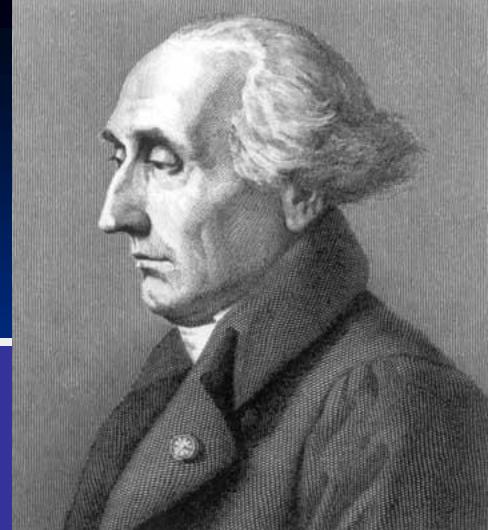
M. Picciotto et al., 2005



**Homogeneous
turbulence**

Основные идеи полного лагранжева метода

А.Н. Осипцов, 1984, 2000, 2008



Joseph-Louis Lagrange
1736-1813

Система обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль траектории движения отдельной частицы :

$$\frac{d\mathbf{r}_s}{dt} = \mathbf{V}_s, \quad \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \beta(\mathbf{V} - \mathbf{V}_s)$$

$$n_s(t, \mathbf{r})|J| = n_s(0, \mathbf{r}_0), \quad J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{j0}}$$

$$\frac{dJ_{ij}}{dt} = \Omega_{ij}$$

3D - 24
2D - 12

$$\frac{d\Omega_{ij}}{dt} = \beta \left(\sum_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} J_{kj} - \Omega_{ij} \right)$$

$$J = \begin{pmatrix} \partial x_1 / \partial x_{10} & \partial x_2 / \partial x_{10} & \partial x_3 / \partial x_{10} \\ \partial x_1 / \partial x_{20} & \partial x_2 / \partial x_{20} & \partial x_3 / \partial x_{20} \\ \partial x_1 / \partial x_{30} & \partial x_2 / \partial x_{30} & \partial x_3 / \partial x_{30} \end{pmatrix}$$

Развитие полного лагранжева метода

Учет неоднородности потока и нестационарных эффектов в межфазном взаимодействии

$$m \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} = \mathbf{f}_{st} + \mathbf{f}_A + \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_{BB} + \mathbf{f}_{saf} + \dots$$

$$\mathbf{f}_{st} = 6\pi\sigma\mu(\mathbf{V} - \mathbf{V}_s)$$

$$\mathbf{f}_A = \rho\tau_s \frac{d\mathbf{V}}{dt}, \quad \mathbf{f}_m = \rho\tau_s \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} - \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} \right)$$

$$\mathbf{f}_{BB} = 6\sigma^2 \sqrt{\pi\mu\rho} \int_0^t \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} - \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} \right) \Big|_{t_1} \frac{dt_1}{\sqrt{t-t_1}}$$

$$\mathbf{f}_{saf} = 6.46\sigma^2 \sqrt{\mu\rho} \sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}} (u - u_s) \mathbf{j}$$

Упрощения для стационарных течений - сокращение числа неизвестных: 3D - 14, 2D - 8

$$J_{i1} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{01}} = \frac{v_{si}}{v_{s10}}$$

На выбранной траектории:

$$\frac{d\mathbf{r}_s}{dt} = \mathbf{v}_s, \quad \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \mathbf{f}_s$$

$$\frac{dJ_{ij}}{dt} = \Omega_{ij}, \quad \frac{d\Omega_{ij}}{dt} = \frac{\partial f_{si}}{\partial x_{0j}}$$

РАЗВИТИЕ ПОЛНОГО ЛАГРАНЖЕВА МЕТОДА НА СЛУЧАЙ КИНЕТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ

ПРИМЕР: 1-D ПОЛИДИСПЕРСНАЯ СИСТЕМА С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

$$f^{(1)} = f(t, r, \sigma)\delta(c - u_s)$$

Кинетическое уравнение (эйлерова форма):

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + c \frac{\partial f^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial f^{(1)} F}{\partial c} + \frac{\partial f^{(1)} j}{\partial \sigma} = 0$$

Лагранжева форма: $f(t, x_0, \sigma_0) |J| = f(0, x_0, \sigma_0)$

$$J_{11} = \frac{\partial x}{\partial x_0}, \quad J_{12} = \frac{\partial x}{\partial \sigma_0}$$
$$J_{21} = \frac{\partial \sigma}{\partial x_0}, \quad J_{22} = \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_0}$$

Система ОДУ на «траектории»:

$$\frac{dx_s}{dt} = u_s, \quad \frac{du_s}{dt} = F(x, \sigma, u_s), \quad \frac{d\sigma}{dt} = j(x, \sigma)$$

$$\frac{dJ_{11}}{dt} = A_1, \quad \frac{dJ_{12}}{dt} = A_2$$

$$\frac{dJ_{21}}{dt} = \frac{\partial j}{\partial x} J_{11} + \frac{\partial j}{\partial \sigma} J_{21}, \quad \frac{dJ_{22}}{dt} = \frac{\partial j}{\partial x} J_{12} + \frac{\partial j}{\partial \sigma} J_{22}$$

$$\frac{dA_1}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x} J_{11} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} J_{21}, \quad \frac{dA_2}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x} J_{12} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} J_{22}$$

METHOD IN CURVILINEAR ORTHOGONAL COORDINATES

$$\begin{aligned}
 n_s(\xi_{10}, \xi_{20}, \xi_{30}, t) H_1 H_2 H_3 \det \left\| \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_{j0}} \right\| &= \\
 &= n_{s0}(\xi_{10}, \xi_{20}, \xi_{30}, 0) H_{10} H_{20} H_{30} \\
 &\quad H_i - \text{Lamé} \\
 &\quad \text{coefficients}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial t} = \frac{v_{si}}{H_i}, \quad \frac{\partial v_{si}}{\partial t} = \sum_k \frac{v_{sk}}{H_i H_k} \left(v_{sk} \frac{\partial H_k}{\partial \xi_i} - v_{si} \frac{\partial H_i}{\partial \xi_i} \right) + f_{si}$$

$$\frac{\partial J_{ij}}{\partial t} = \frac{\Omega_{ij}}{H_i} - \frac{v_i}{H_i^2} \sum_k \frac{\partial H_j}{\partial \xi_k} J_{kj}, \quad J_{ij} = \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_{j0}}$$

$$\frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left\{ \sum_k \frac{v_{sk}}{H_i H_k} \left(v_{sk} \frac{\partial H_k}{\partial \xi_i} - v_{si} \frac{\partial H_i}{\partial \xi_i} \right) \right\} + \frac{\partial f_{si}}{\partial \xi_{j0}}$$

Упрощения для стационарных течений

$$\mathbf{r}(\mathbf{r}_0, t + dt) = \mathbf{r}(\mathbf{r}_0 - d\mathbf{l}_0, t), \quad d\mathbf{l}_0 = \mathbf{V}_{s0} dt$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial l_0}(\mathbf{r}_0, t) = \frac{1}{V_{s0}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \frac{\mathbf{V}_s}{V_{s0}}$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_0} = \frac{v_{si}}{V_{s0} n_1} - \frac{n_2}{n_1} \frac{\partial x_i}{\partial y_0} - \frac{n_3}{n_1} \frac{\partial x_i}{\partial z_0}, \quad n_i = \cos(\mathbf{V}_{s0}, \mathbf{e}_i),$$

$$(x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z), \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$n_s(\mathbf{r}_0, t) \det \begin{vmatrix} u_s & \partial x / \partial y_0 & \partial x / \partial z_0 \\ v_s & \partial y / \partial y_0 & \partial y / \partial z_0 \\ w_s & \partial z / \partial y_0 & \partial z / \partial z_0 \end{vmatrix} = n_{s0}(\mathbf{r}_0, 0) u_{s0}$$

В результате число дополнительных уравнений на траектории сокращается

Важные частные случаи

Течения с появлением
НОВЫХ ЧАСТИЦ

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_s(r_0, t) \det \| J_{ij} \|) = j_n \det \| J_{ij} \|$$

Эволюция материальных
линий (II) и поверхностей (I)

$$n_{sur} d\Sigma = n_{sur0} d\Sigma_0, \quad n_l dl = n_{l0} dl_0$$

$$(I) \quad z_0 = s(x_0, y_0)$$

$$(II) \quad y_0 = g(x_0), \quad z_0 = h(x_0)$$

$$(I) \quad n_{sur}(x_0, y_0, t) \sqrt{J^2 + J_1^2 + J_2^2} = n_{sur0}(x_0, y_0, 0) \sqrt{1 + s'_{x_0}{}^2 + s'_{y_0}{}^2}$$

$$J = \det \begin{vmatrix} \partial x / \partial x_0 & \partial y / \partial x_0 \\ \partial x / \partial y_0 & \partial y / \partial y_0 \end{vmatrix}, \quad J_1 = \det \begin{vmatrix} \partial z / \partial x_0 & \partial y / \partial x_0 \\ \partial z / \partial y_0 & \partial y / \partial y_0 \end{vmatrix}, \quad J_2 = \det \begin{vmatrix} \partial x / \partial x_0 & \partial z / \partial x_0 \\ \partial x / \partial y_0 & \partial z / \partial y_0 \end{vmatrix}$$

$$(II) \quad n_l(x_0, t) \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_0}\right)^2} = n_{l0}(x_0, 0) \sqrt{1 + g'_{x_0}{}^2 + h'_{x_0}{}^2}$$

ОДНОФАЗНЫЕ СТРАТИФИЦИРОВАННЫЕ ПОТОКИ

Уравнения эволюции градиента пассивного скаляра (в частности, плотности) в лагранжевых координатах

$$\mathbf{v}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{v}_s(t, \mathbf{r})$$

– известное поле скорости несжимаемой среды в эйлеровых координатах.

$$\nabla \rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$$

– градиент плотности, известный в некоторой области течения G

в момент $t = 0$: $\rho_0(\mathbf{r})$.

$$\nabla \rho(t) = ?$$

Ищем $\nabla \rho(t)$ в лагранжевых координатах (t, \mathbf{r}_0) , где $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – точки области G .

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i$$

– ОДУ для траекторий (3 ур.)

$$\frac{dJ_{ij}}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x_{j0}}$$

– ОДУ для компонент якобиана (9 ур.)

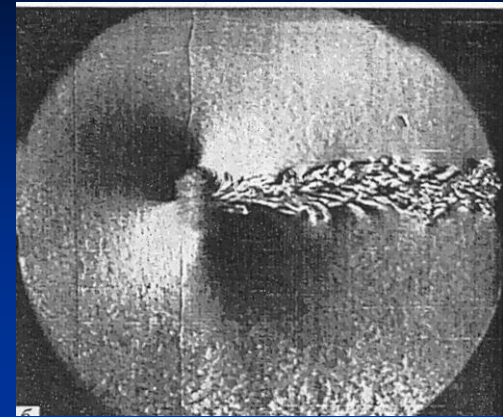
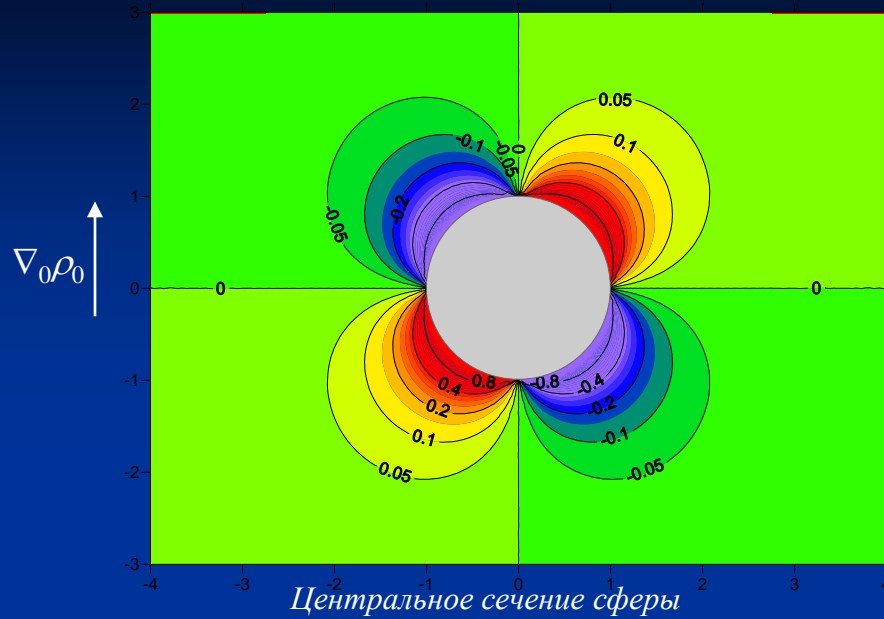
$$\nabla \rho = J^{-1} \nabla_0 \rho_0$$

– конечные соотношения для компонент градиента (3 ур.)

$$J = \left(\frac{\partial x_i}{\partial x_{j0}} \right),$$

$$\nabla_0 \rho_0 = \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial x_{i0}} \right)$$

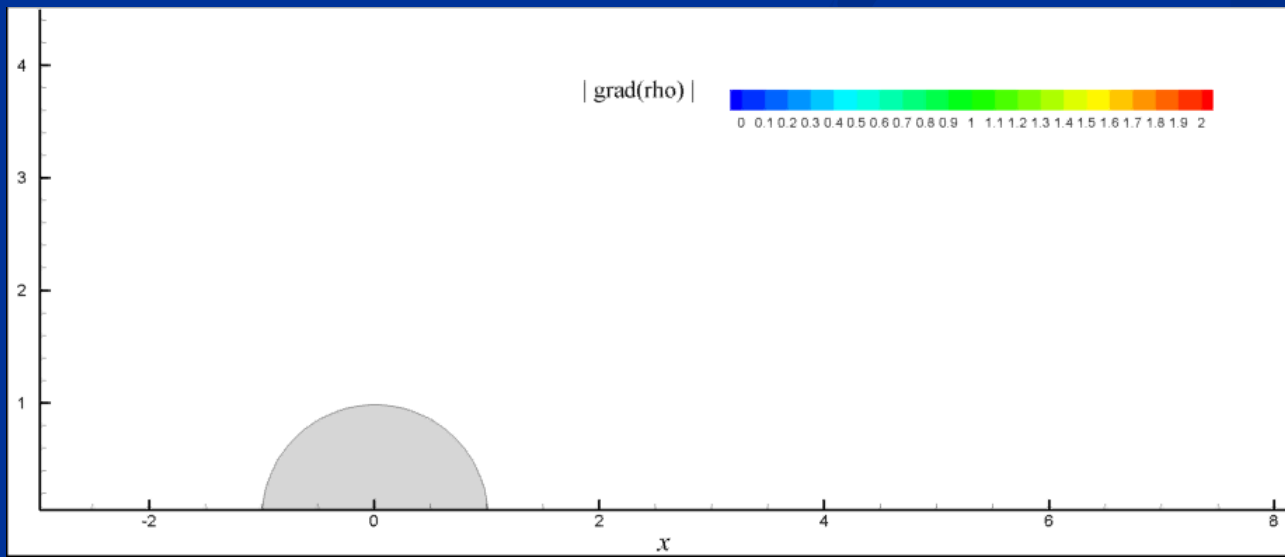
$\partial\rho/\partial x$ при обтекании сферы невязкой жидкостью для $\nabla\rho_0 = (0,1,0)$



В.Е. Прохоров, МЖГ, 2010, №4.

$|\nabla\rho|$ при обтекании цилиндра невязкой жидкостью для $\nabla\rho_0 = (\sin kx_0, 0, 0)$

$\nabla_0\rho_0$
→



Примеры использования полного лагранжева
подхода для исследования двухфазных
течений с типичными гидродинамическими
особенностями

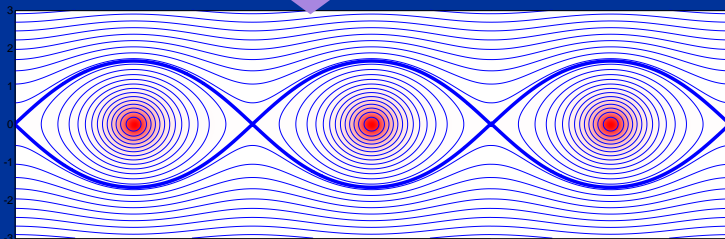
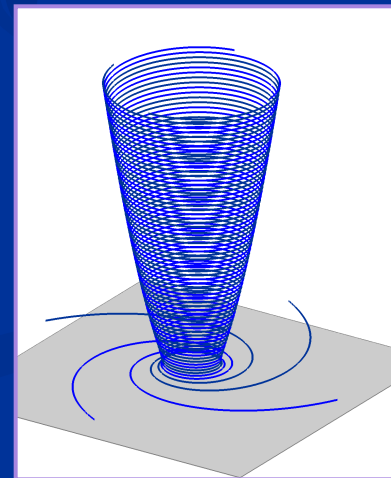
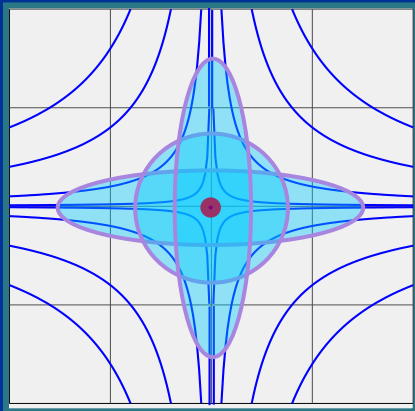
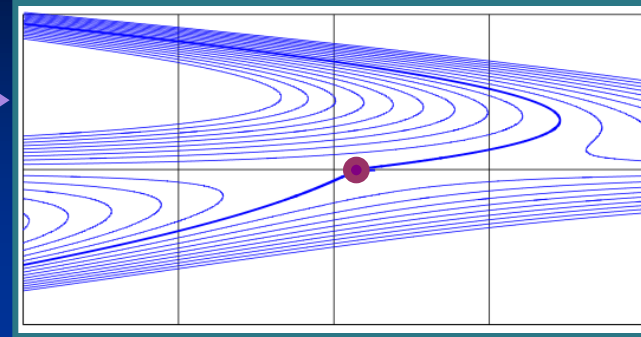
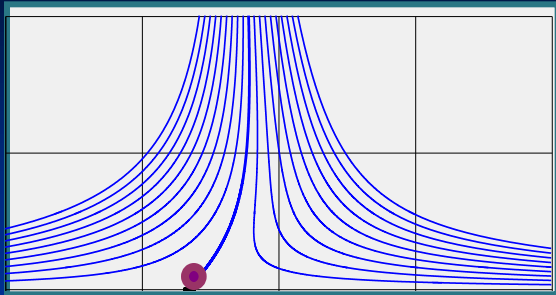
Гидродинамические особенности

Критические
точки

Стационарные
точки

Локализованные
вихри

Разрывы,
УВ, etc.

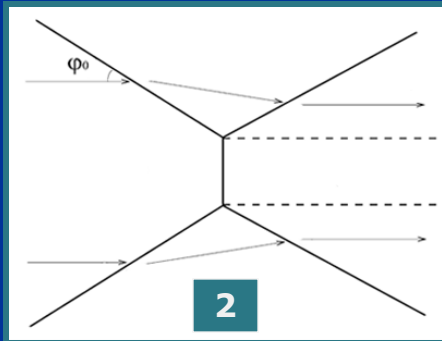
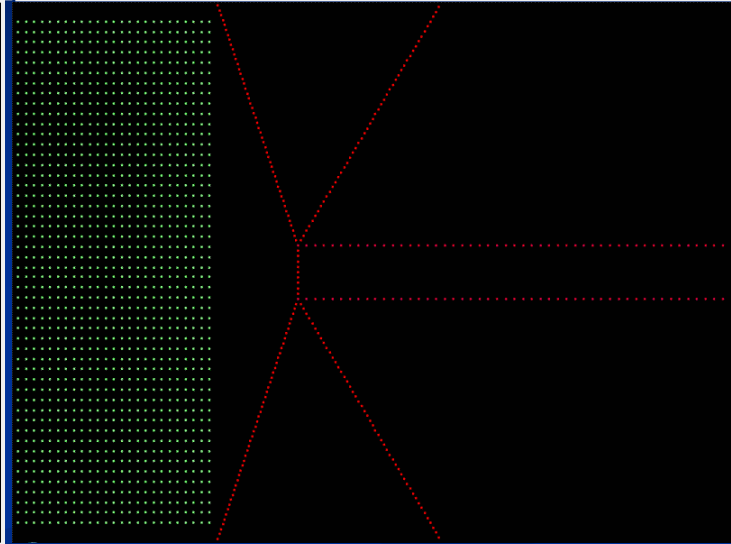
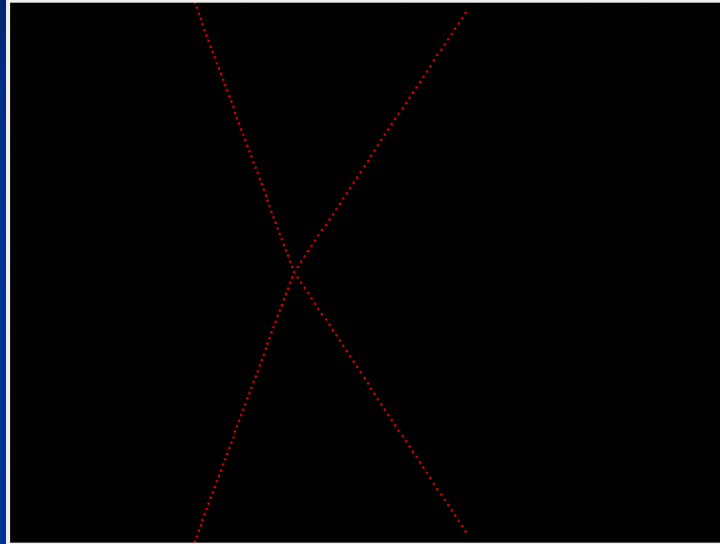
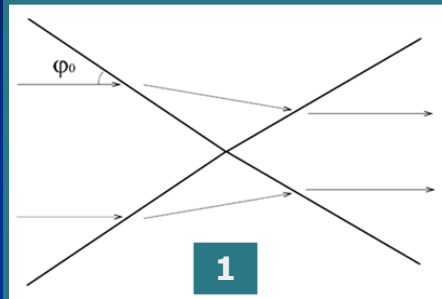


АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ФОКУСИРОВКА ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ ЗА ТОЧКОЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН

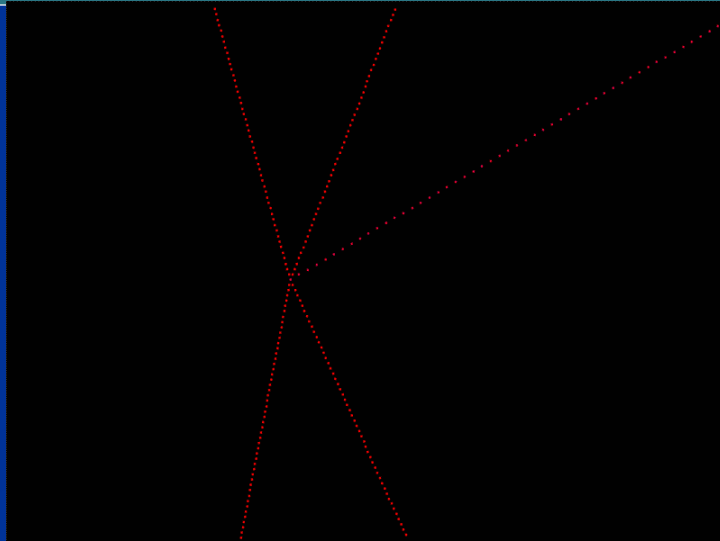
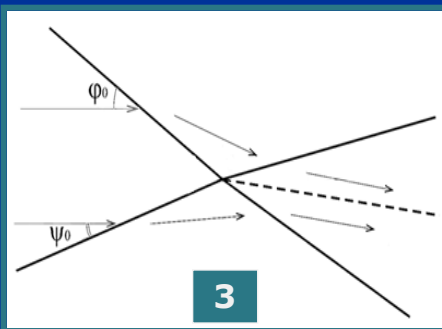
И.В. Голубкина, А.Н. Осипцов, МЖГ, 2007, No. 4

1.Symmetric regular shock wave reflection

2.Symmetric Mach shock wave reflection

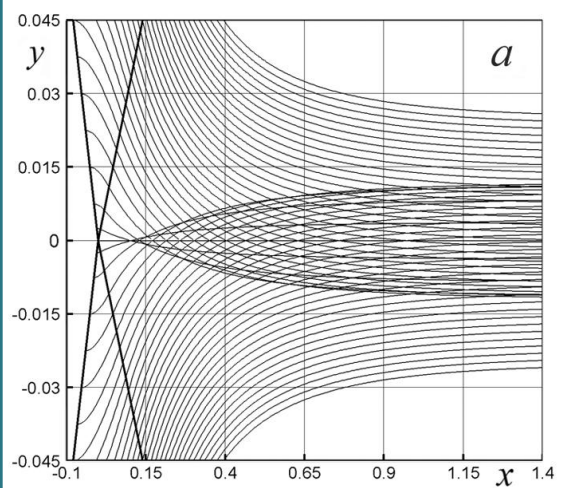


3.Asymmetric regular shock wave reflection regime

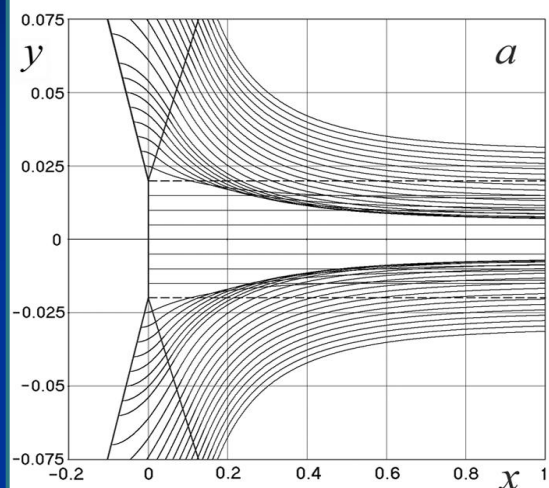


АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ФОКУСИРОВКА ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ ЗА ТОЧКОЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН

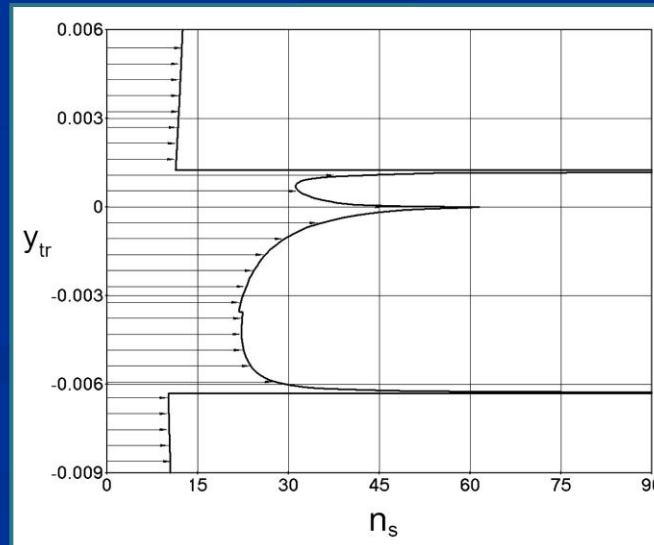
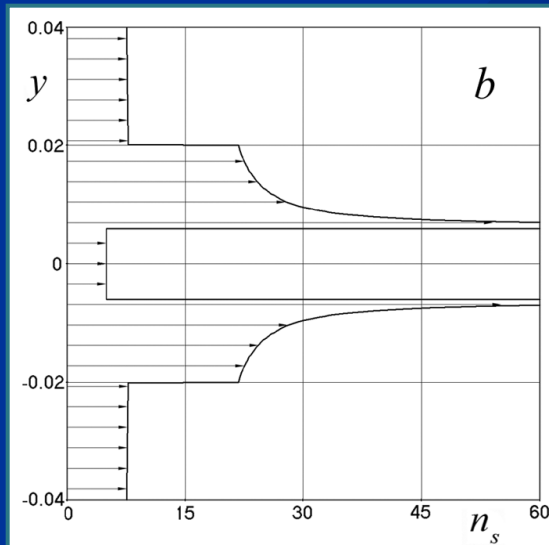
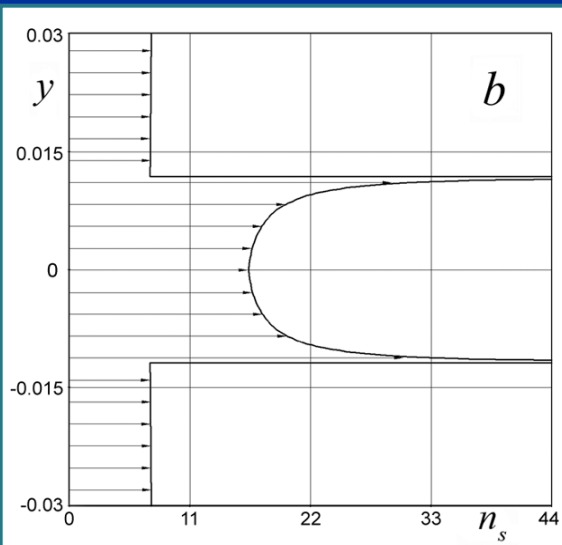
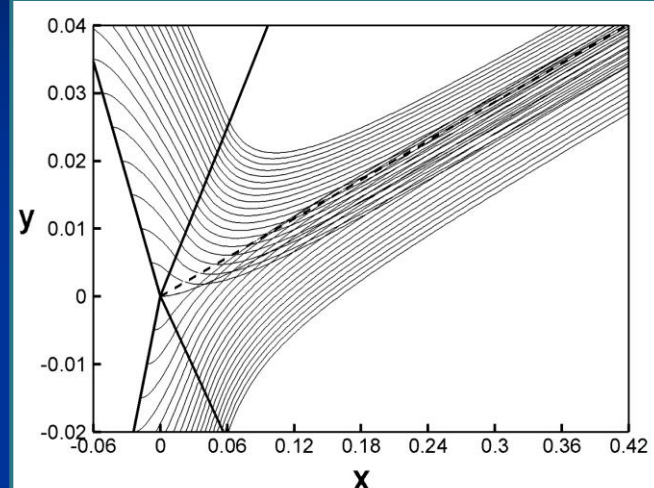
1. Symmetric regular shock wave reflection regime



2. Symmetric Mach shock wave reflection regime



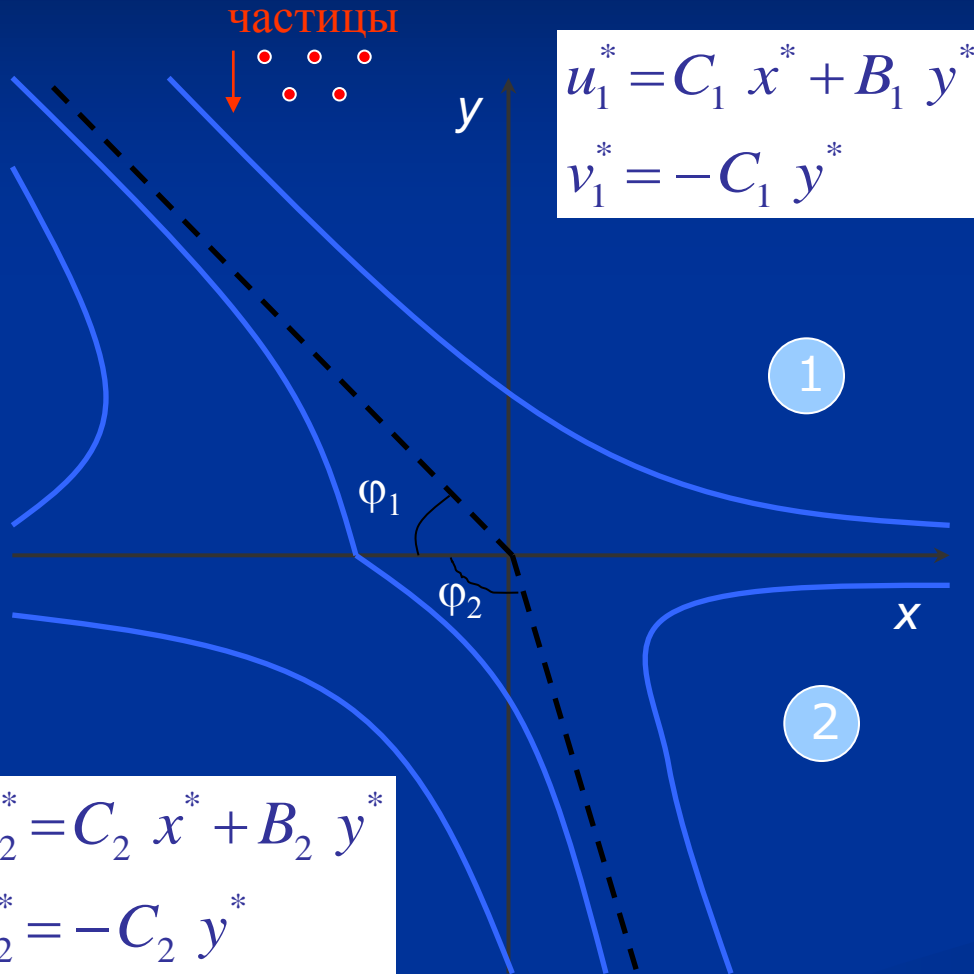
3. Asymmetric regular shock wave reflection regime



Столкновение вязких дисперсных потоков

Критические точки

Н.А. Лебедева, А.Н. Осипцов, 2007 МЖГ №5



Течение:

- стационарное
- двумерное
- модель запыленного газа

Несущая фаза

- вязкая
- несжимаемая
- течение вдали: течение невязкой жидкости вблизи вихревой критической точки

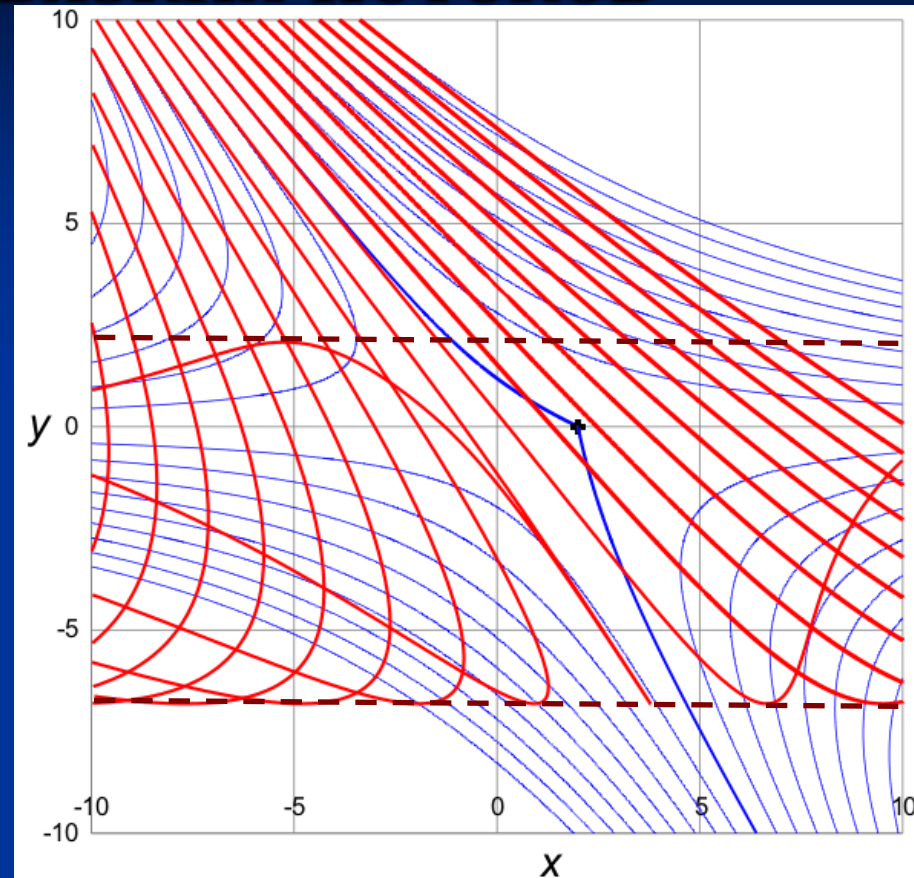
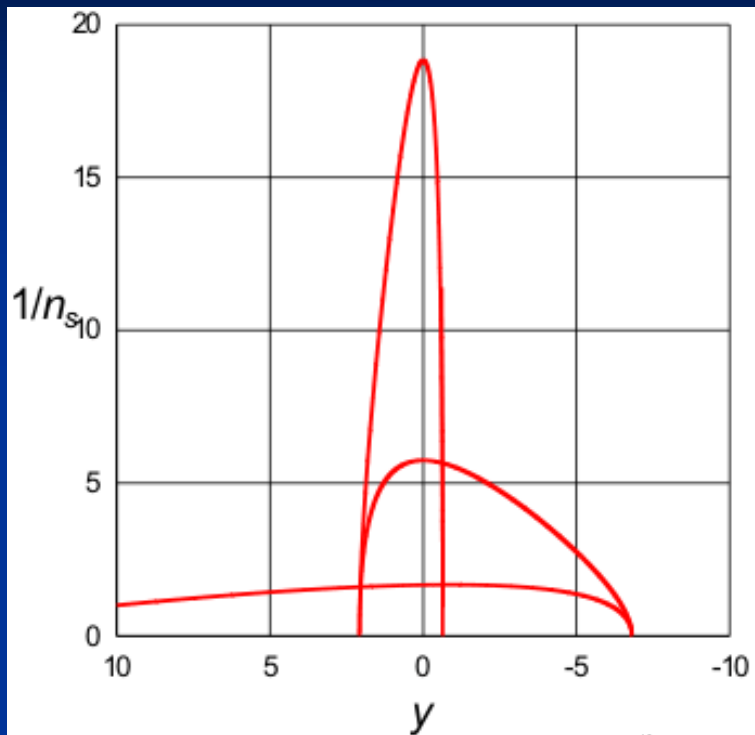
Межфазная сила:

- по закону Стокса

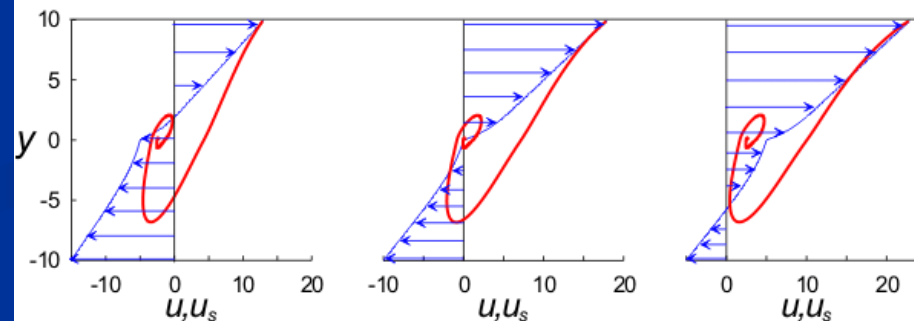
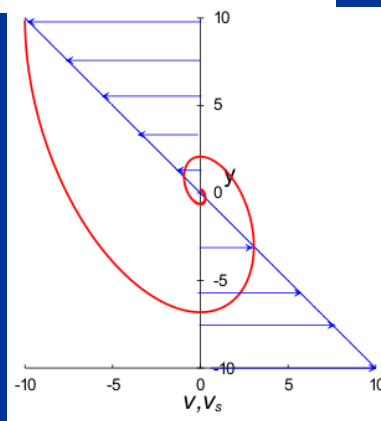
Взаимодействие потоков

- без смешения
- по прямой линии
- под произвольными углами

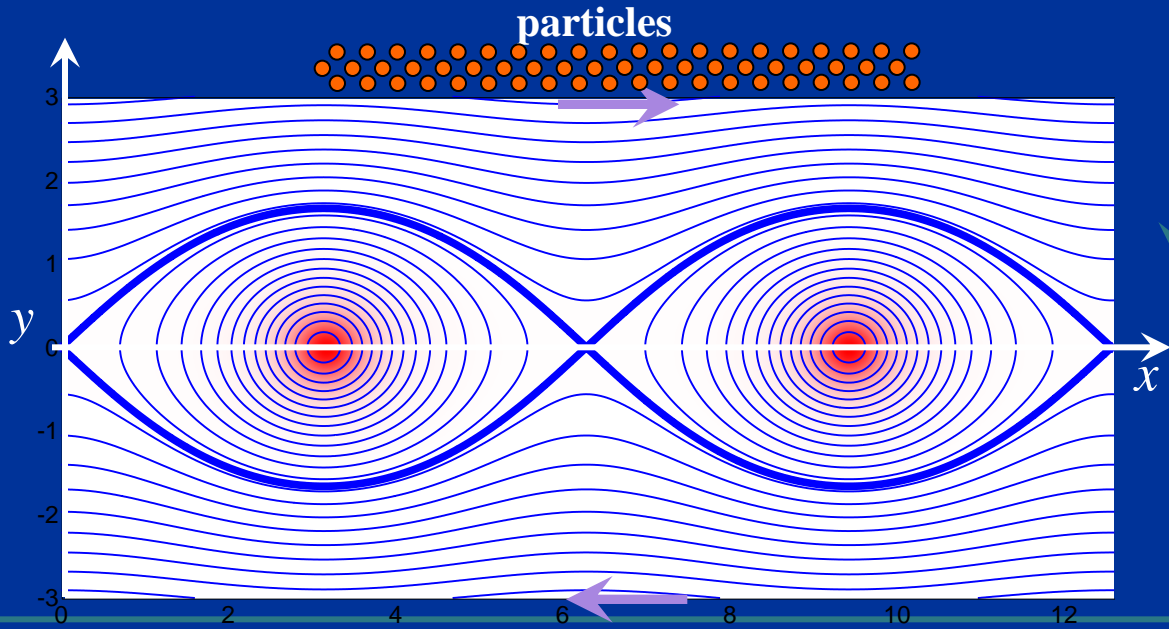
Критические точки: соударение двух вязких потоков



$\rho = 1.0$
 $\mu = 10.0$
 $\lambda = 1.6$ ($\varphi_1 = 51.34^\circ$)
 $\chi_2 = 1.2$ ($\varphi_2 = 120.96^\circ$)
 $\beta = 0.5$



СТРУКТУРА ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОБЛАСТИ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ЗАВИХРЕННОСТИ



Несущая фаза:

$$u = \frac{C \operatorname{sh}(y)}{C \operatorname{ch}(y) + A \cos(x)}$$

$$v = \frac{A \sin(x)}{C \operatorname{ch}(y) + A \cos(x)}$$

Дисперсная фаза:

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s)}{St} - \frac{1}{Fr^2} \mathbf{j}$$

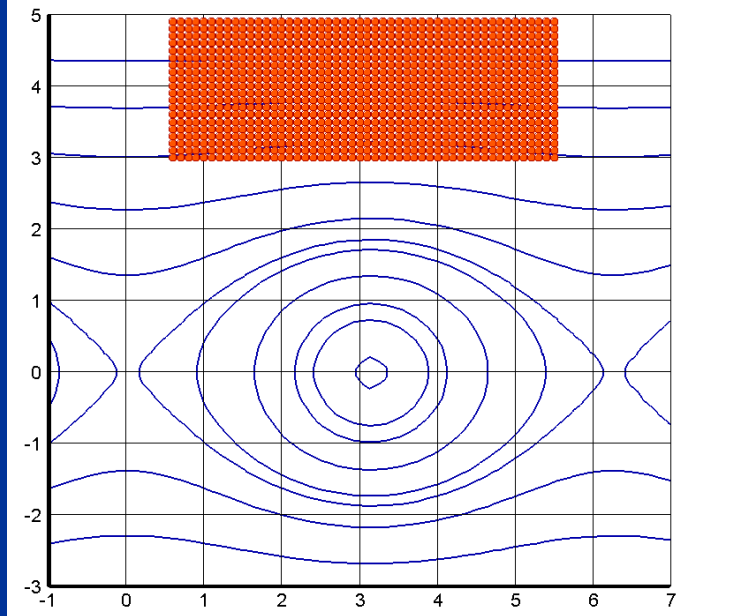
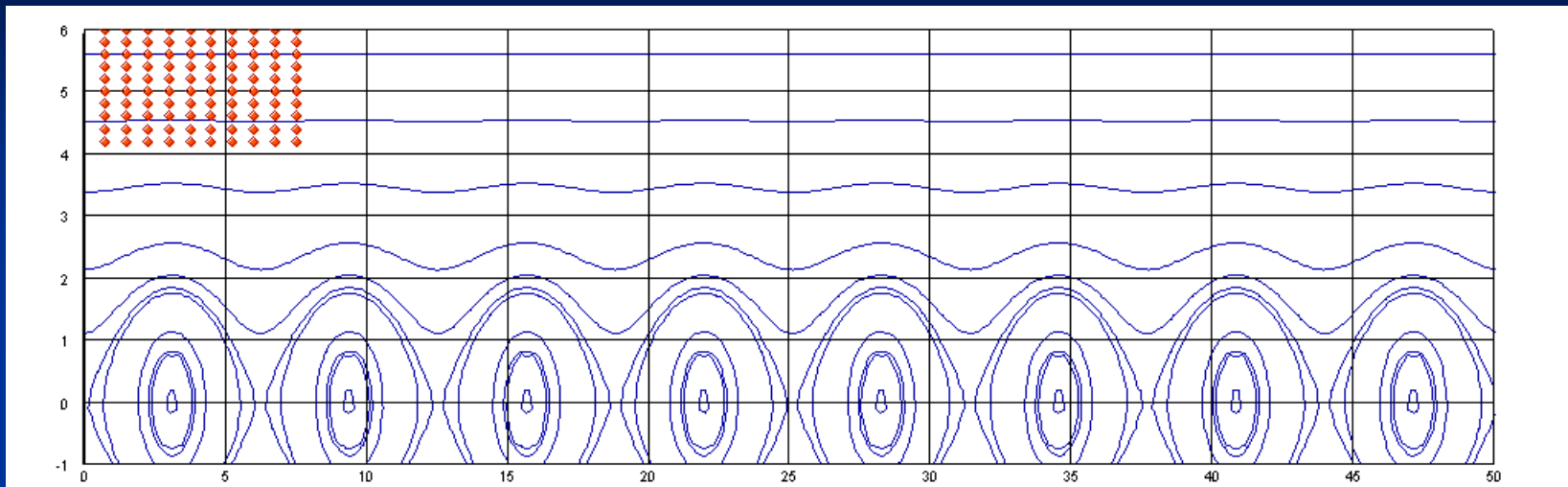
$$n_s |J| = 1$$

**Безразмерные
параметры:**

$$C, A = \sqrt{C^2 - 1}$$

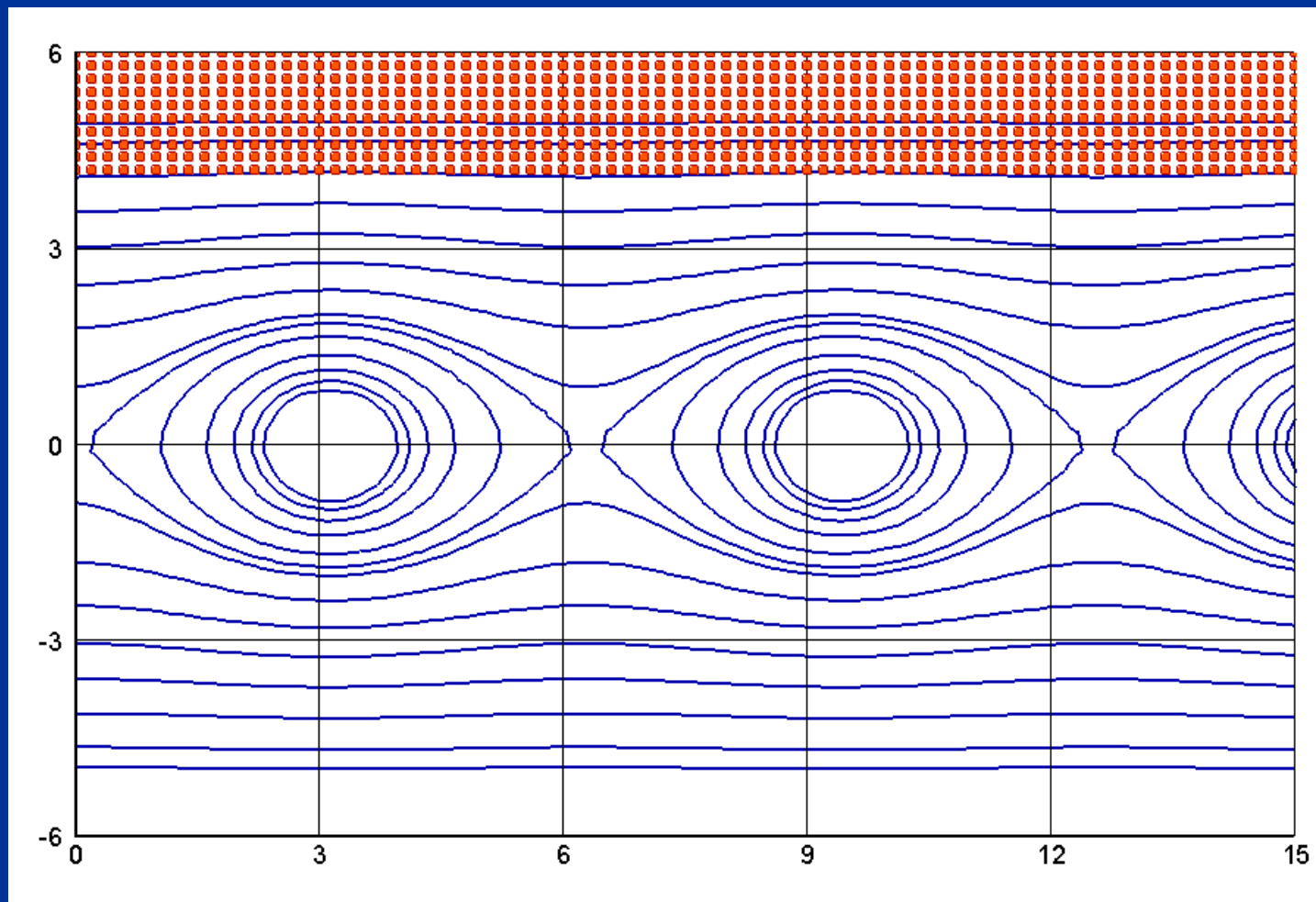
Медленное осаждение

$St = 1.4$
 $Fr = 7$
 $v_{s0} = 0$



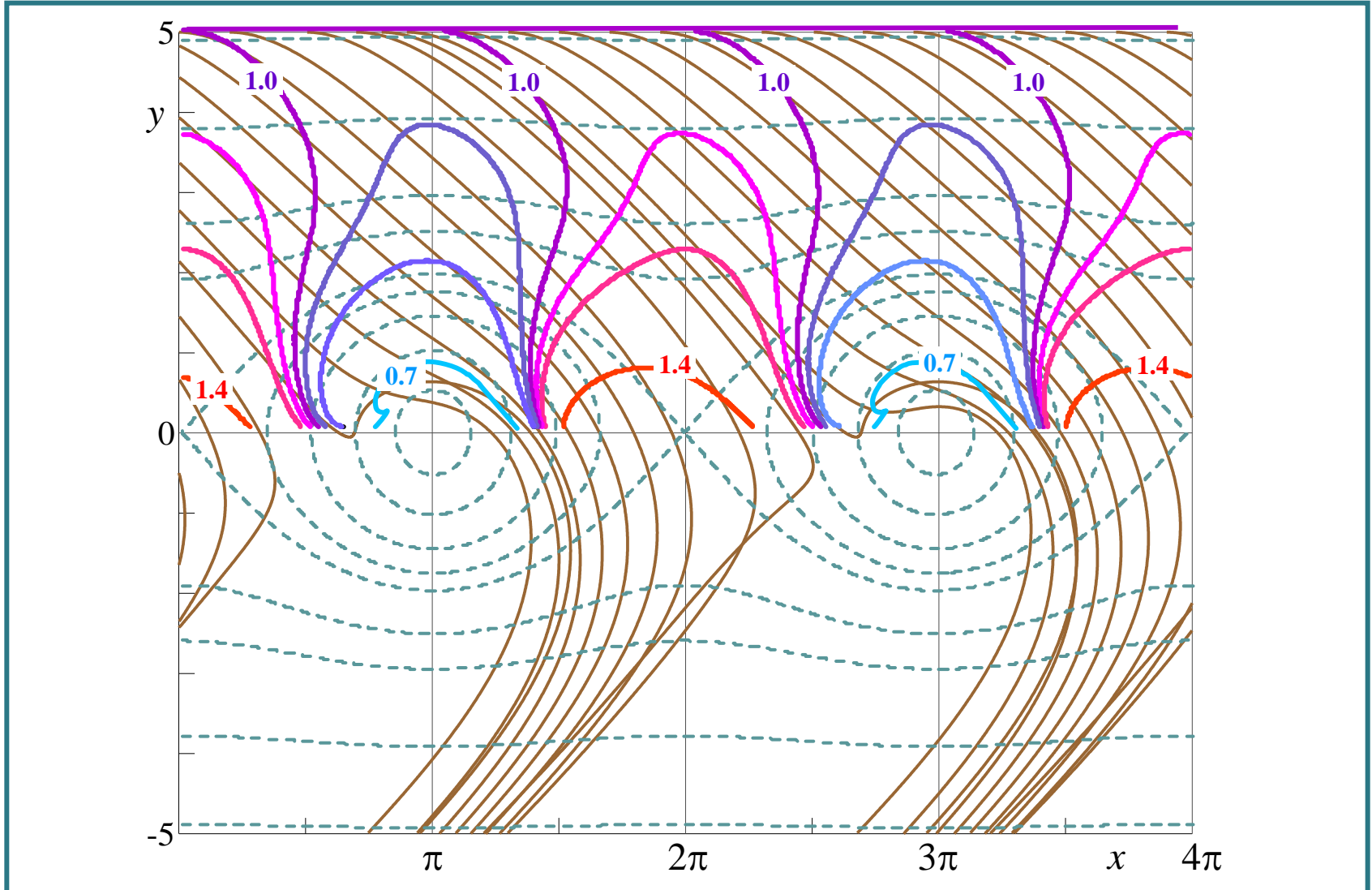
$St = 0.1$
 $Fr = 10.0$
 $v_{s0} = -50$

«КОШАЧИЙ ГЛАЗ» КЕЛЬВИНА: БЫСТРОЕ ОСАЖДЕНИЕ



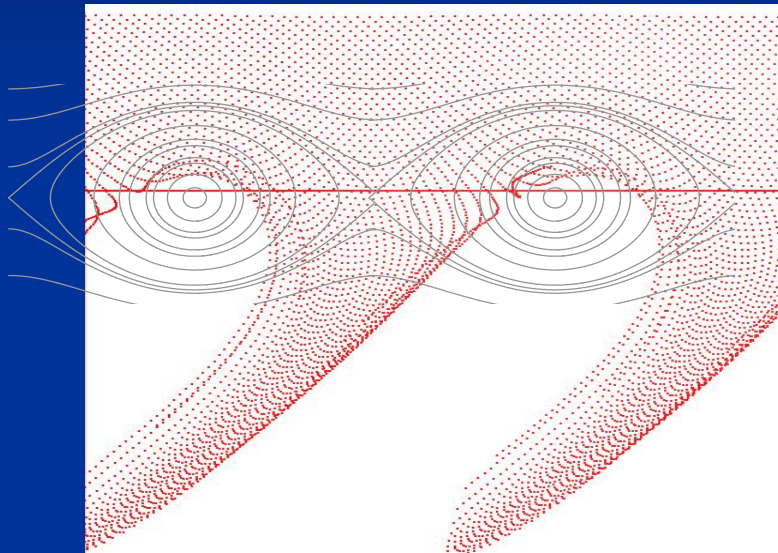
$$St = 1.0, Fr = 1.0, C = 2.0, \mathbf{v}_{s0} = 0$$

«КОШАЧИЙ ГЛАЗ» КЕЛЬВИНА: БЫСТРОЕ ОСАЖДЕНИЕ

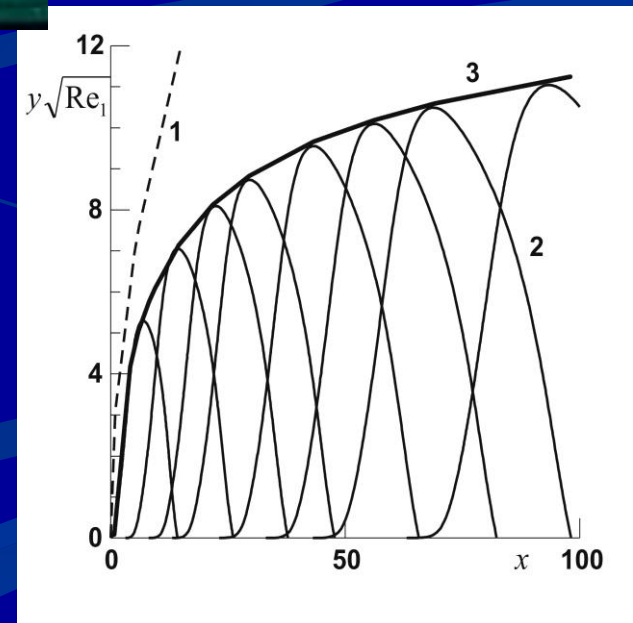
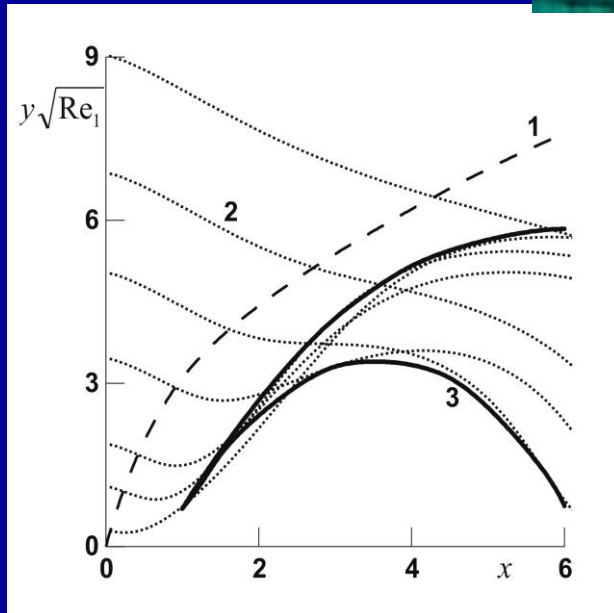


$$St = 1.0, Fr = 1.0, C = 2.0, \mathbf{v}_{s0} = 0$$

Нелинейная стадия развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца



ПОДЪЕМ ПЫЛИ ЗА ДВИЖУЩИМИСЯ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ (ОСИПЦОВ А.Н.&WANG B.Y., Acta Mech. Sin. 2005)



ЗОНЫ АККУМУЛЯЦИИ ЧАСТИЦ В ТЕЧЕНИИ ТИПА ТОРНАДО

Несущая фаза

- вязкая
- несжимаемая

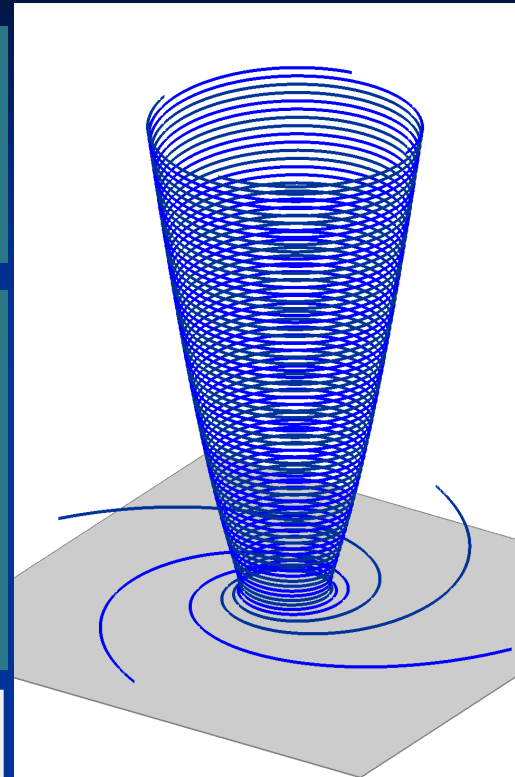
Течение:

- Осесимметричное
- Стационарное
- Вдали от оси – течение от свободной вихревой нити:

$$z^* \rightarrow \infty: \quad v_r^* = v_z^* = 0, \quad v_\phi^* = \frac{\Gamma}{r^*},$$
$$p^* = p_\infty^* - \rho \Gamma^2 / 2r^{*2}$$

Параметр подобия:

$$Re = \Gamma \rho / \mu$$



Масштабы:

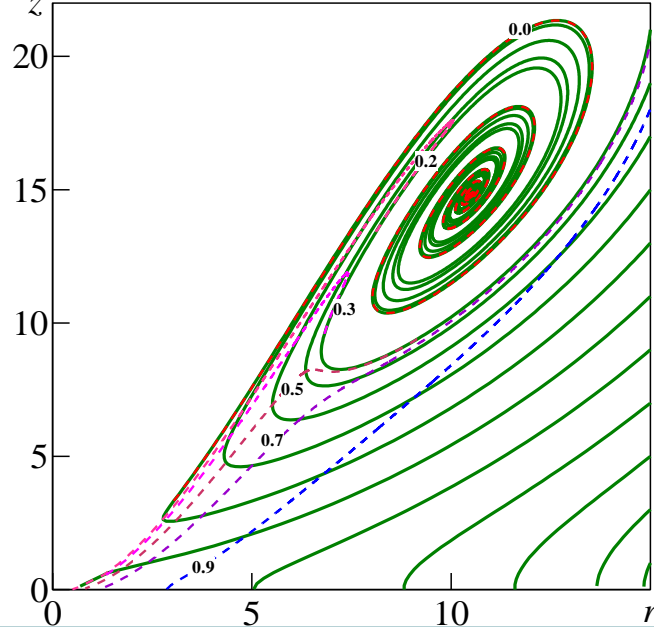
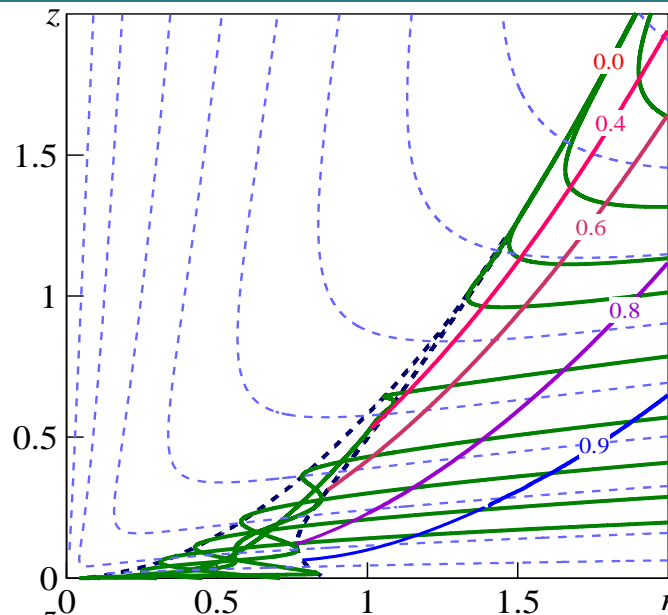
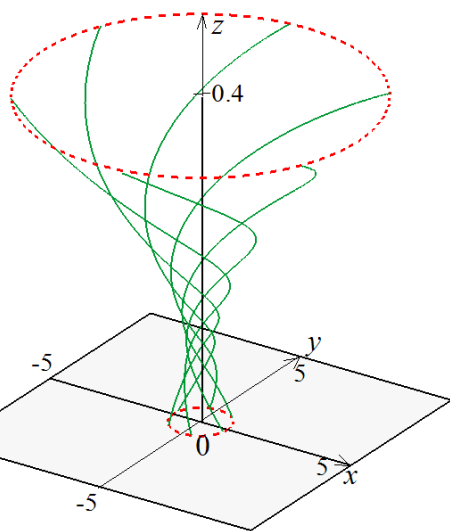
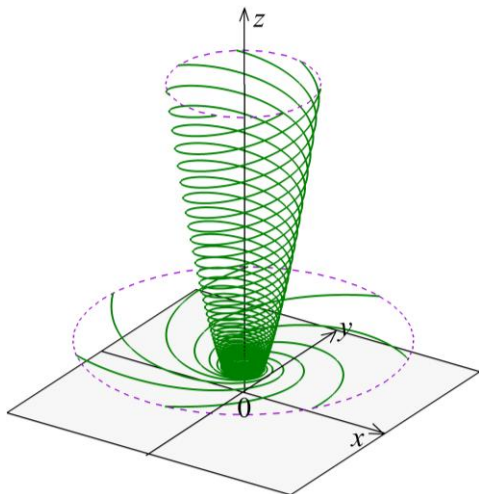
L – длина

Γ/L – скорость

$\rho \Gamma^2 / L^2$ – давление

Зоны аккумуляции частиц в течении типа торнадо

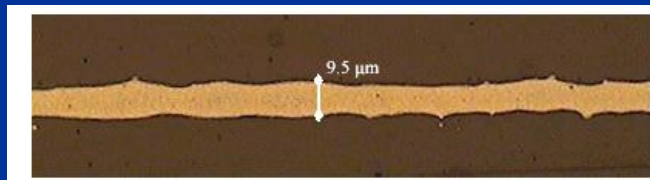
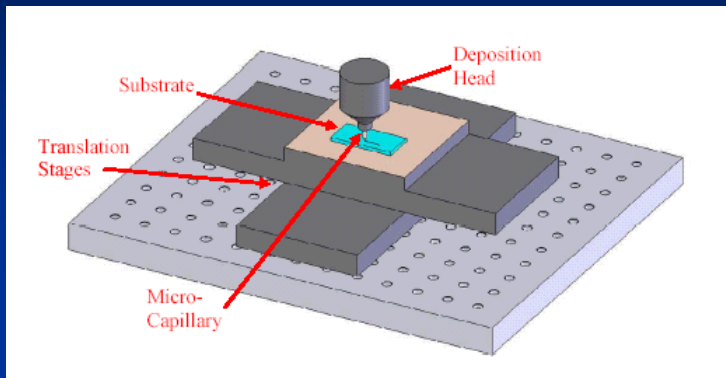
Н.А. Лебедева, А.Н. Осипцов, МЖГ, 2009, №1



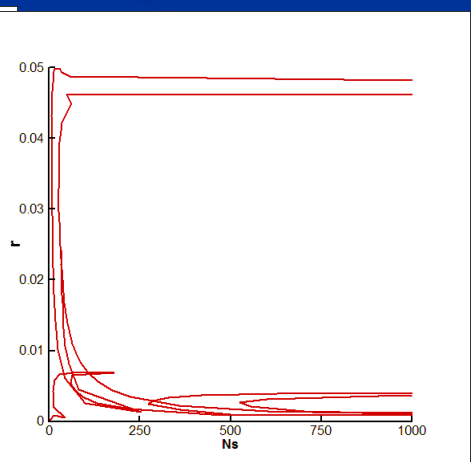
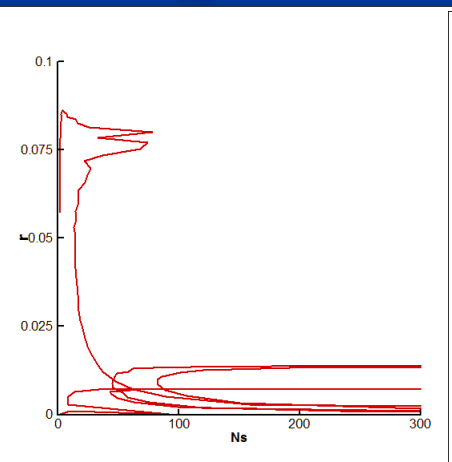
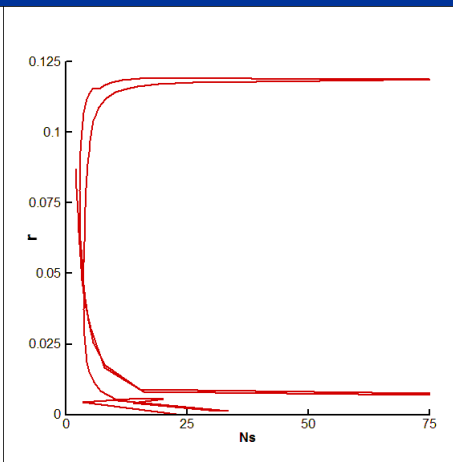
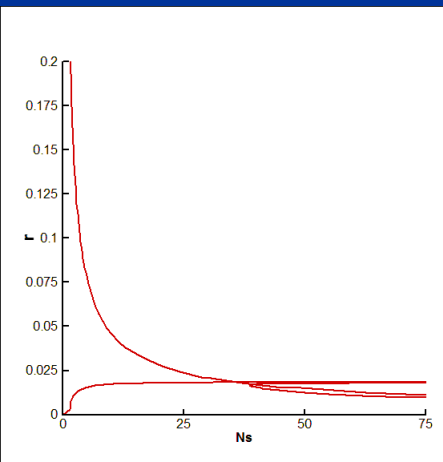
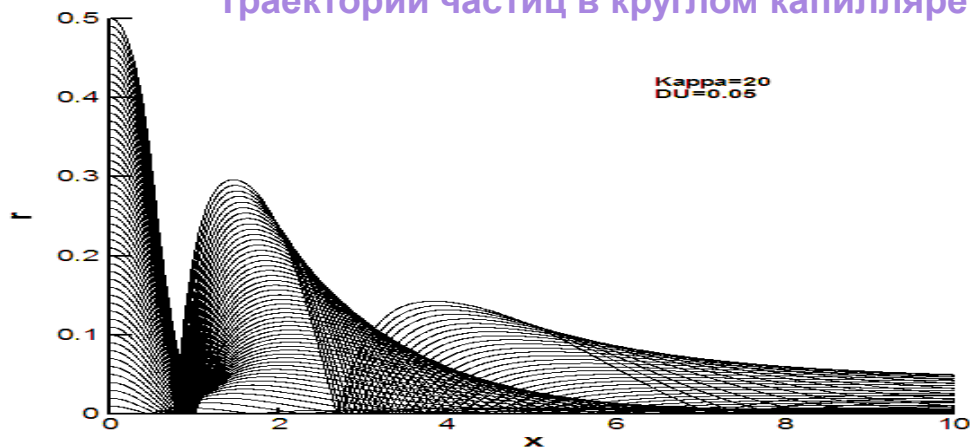
Аэродинамическая фокусировка
дисперсной примеси
в узких каналах

Фокусированные пучки частиц в нанотехнологиях «прямого напыления» “direct-write”

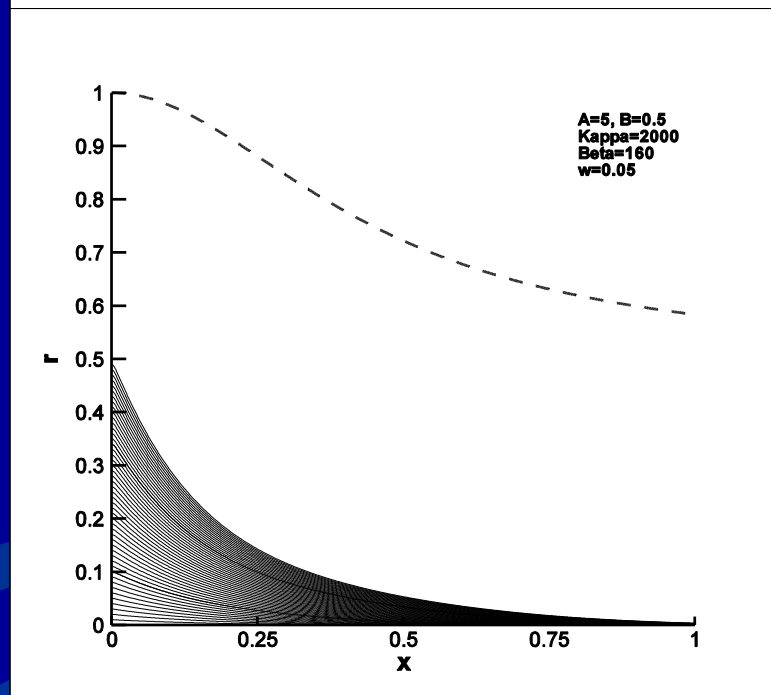
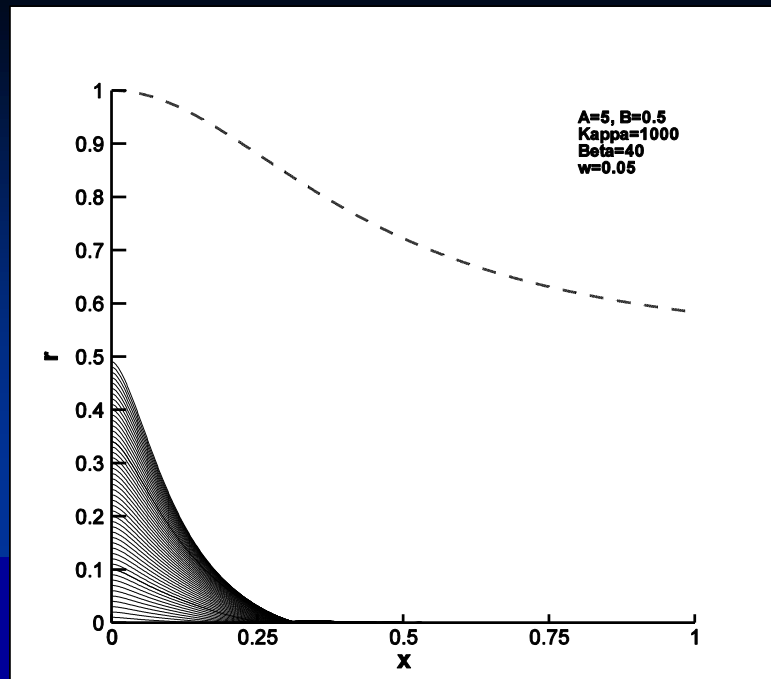
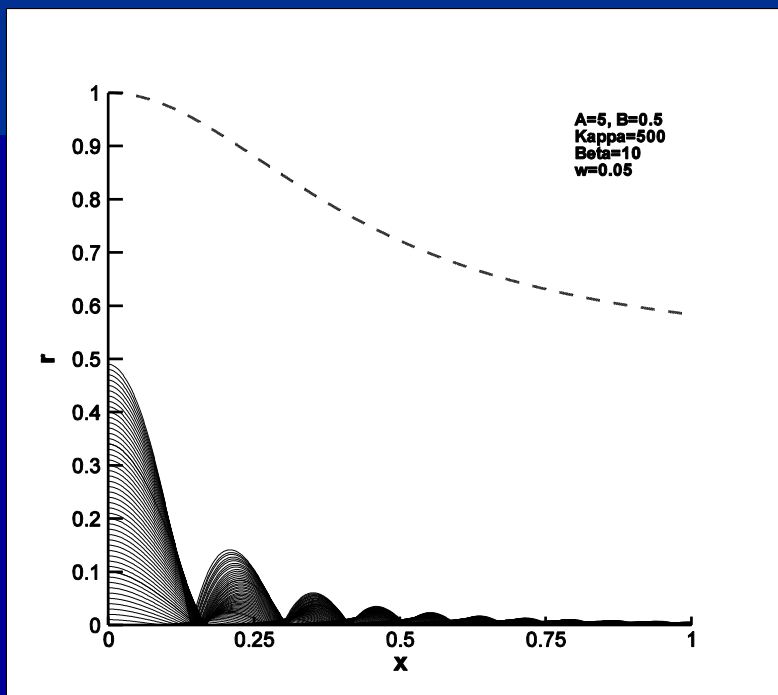
Акхатов I.S., Osiptsov A.N. et al (2009)



Траектории частиц в круглом капилляре

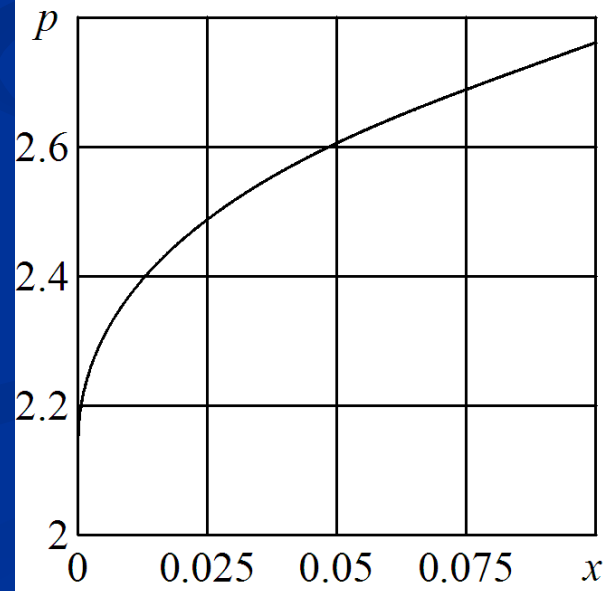
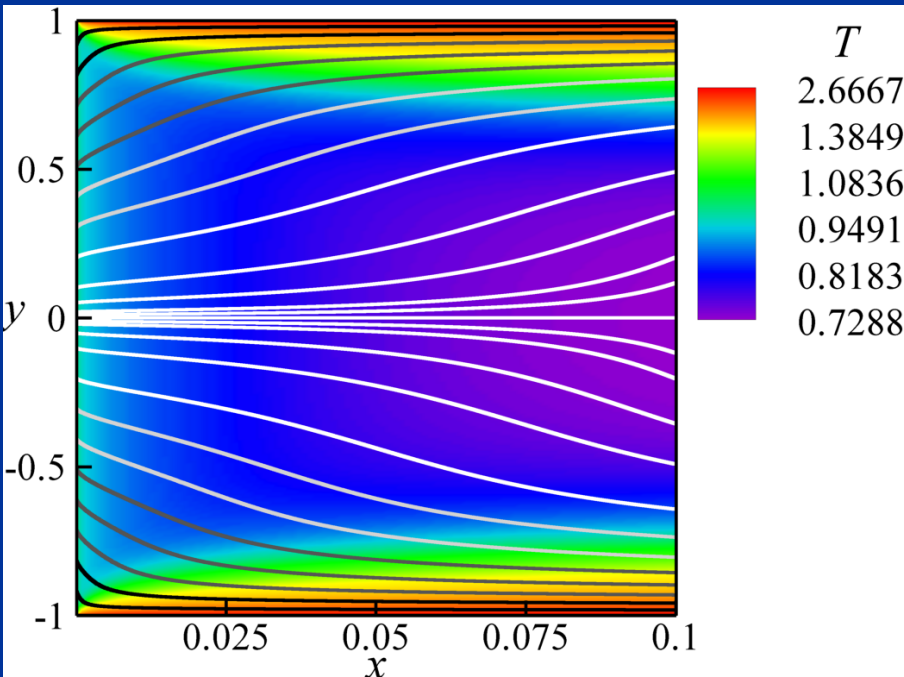
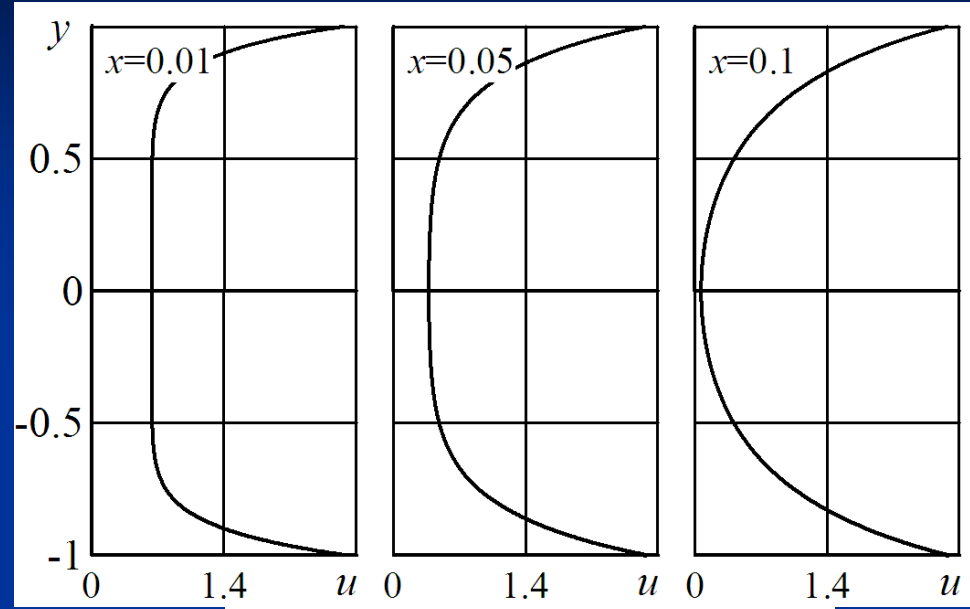


ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА МИКРОКАПИЛЛЯРА ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ ЧАСТИЦ



Течение вязкого газа за ударной волной в узком ПЛОСКОМ канале

$$\text{Pr} = 1, K = 1$$
$$\gamma = 1.4, M_{\infty} = 2$$

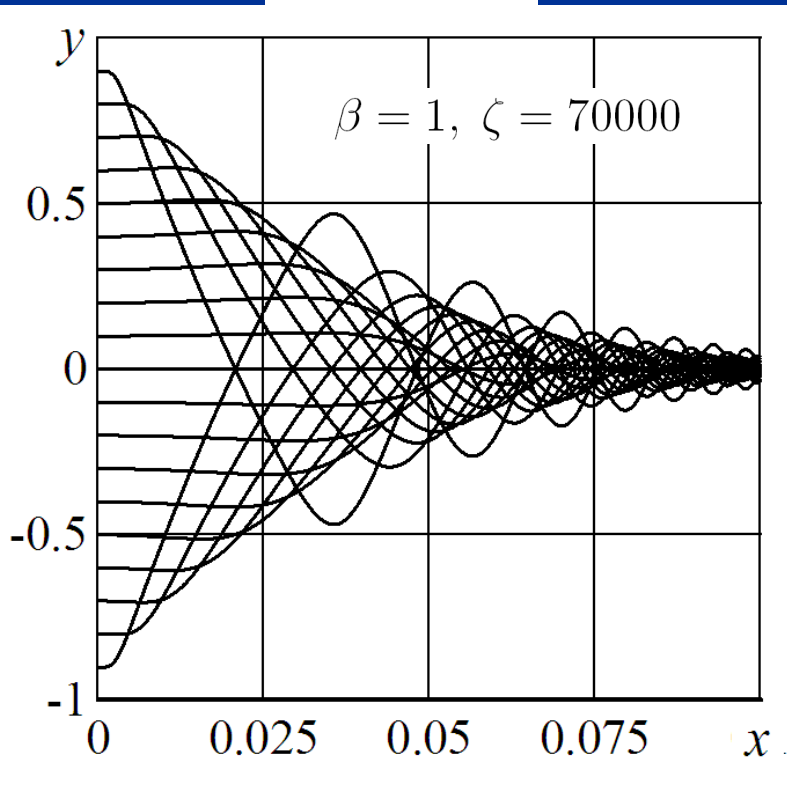


Результаты расчета

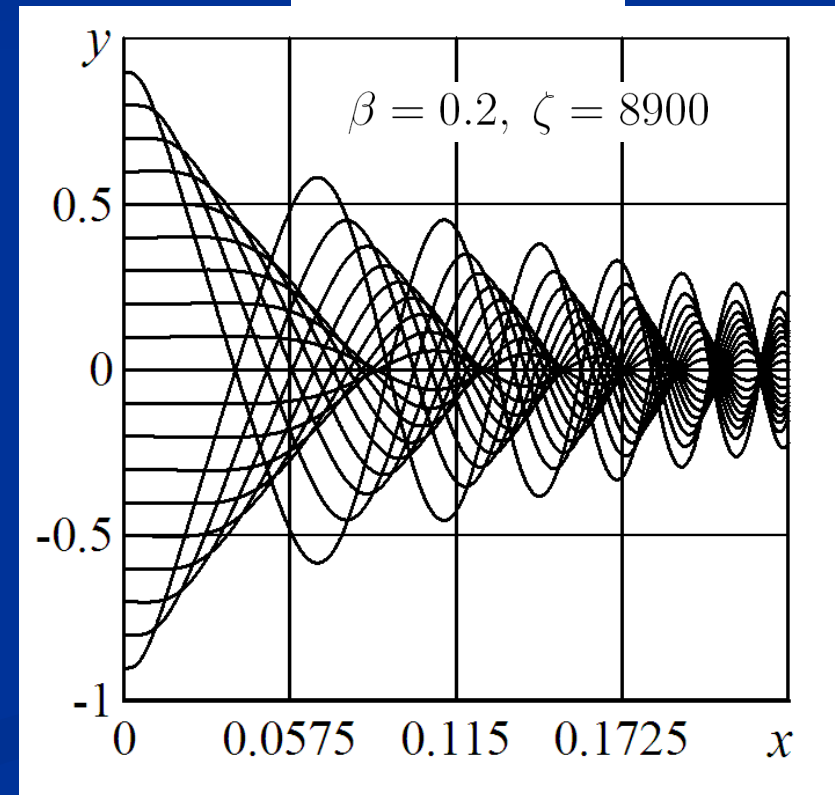
О.Д. Рыбдылова, А.Н. Осипцов, ДАН, 2010

$$\text{Pr} = 1, K = 1; \chi = 1, \gamma = 1.4$$

$$M_{\infty} = 2$$



$$M_{\infty} = 1.5$$



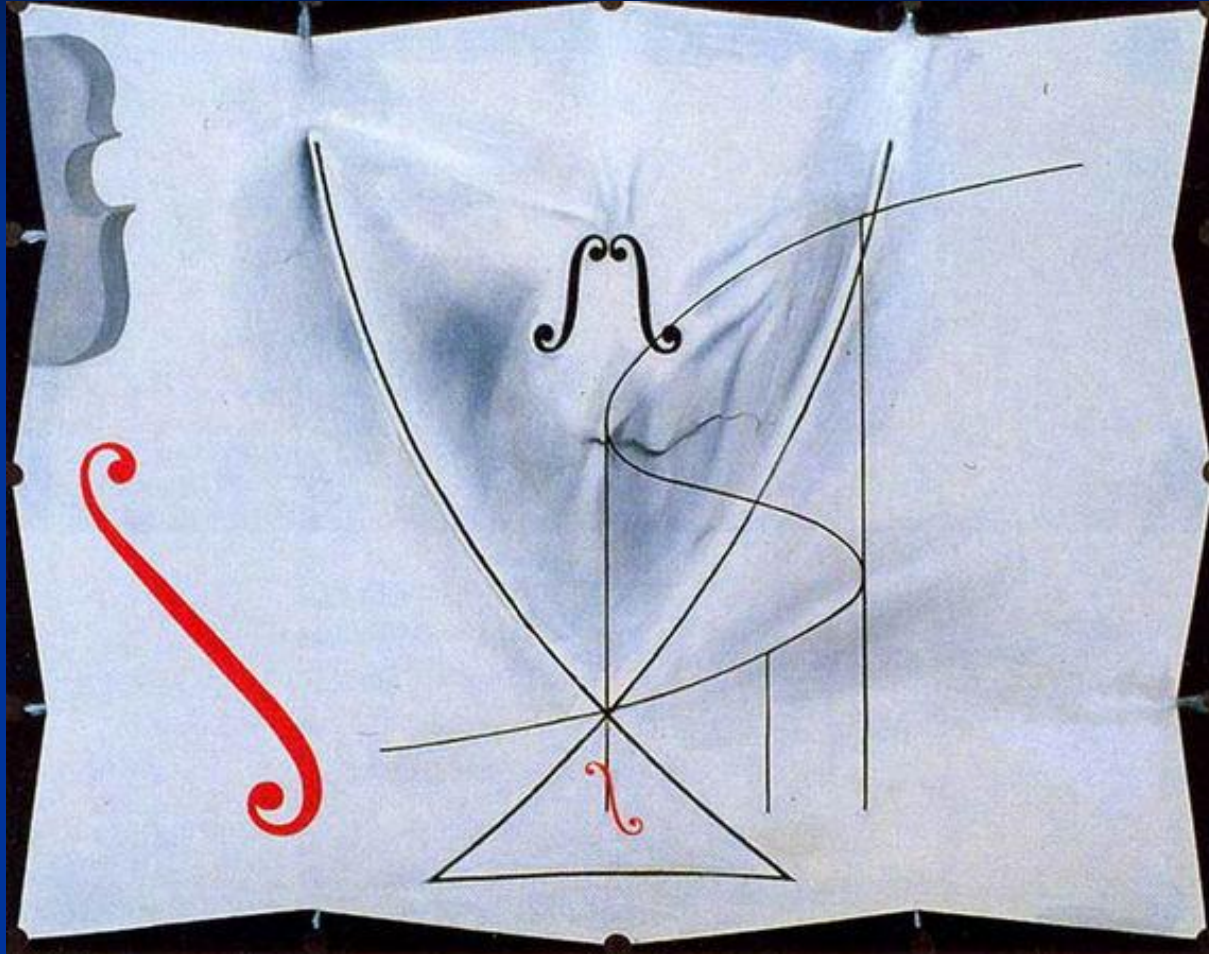
ПРЕИМУЩЕСТВА ПОЛНОГО ЛАГРАНЖЕВА МЕТОДА

- НАХОЖДЕНИЕ ВСЕХ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЦ, ВКЛЮЧАЯ КОНЦЕНТРАЦИЮ, НА ВЫБРАННОЙ ТРАЕКТОРИИ ИЗ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОДУ
- ВОЗМОЖНОСТЬ РАСЧЕТА С КОНТРОЛИРУЕМОЙ ТОЧНОСТЬЮ ТЕЧЕНИЙ СО «СКЛАДКАМИ» И «СБОРКАМИ» ФАЗОВОГО ОБЪЕМА, ФРАГМЕНТАЦИЕЙ ФАЗОВОГО ОБЪЕМА, С ЗОНАМИ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ ТРАЕКТОРИЙ ЧАСТИЦ
- ВОЗМОЖНОСТЬ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА
- ВОЗМОЖНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ С ИНТЕГРИРУЕМЫМИ СИНГУЛЯРНОСТЯМИ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ
- ВОЗМОЖНОСТЬ РАСЧЕТА ПОЛЕЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В 3-D ТЕЧЕНИЯХ

Ближайшие перспективы

- Исследование стратифицированных течений
- Исследование поведения конечных объемов примеси и перемешивания
- Исследование течений с фазовыми переходами (испарение, конденсация и т.д.) и изменением числа частиц
- Объединение метода вязких вихревых доменов и полного лагранжева подхода для исследования нестационарных вязких двухфазных течений
- Исследование кластеризации частиц в турбулентных потоках
- Исследований неустойчивостей типа Рихтмайера-Мешкова на границе чистый газ-двухфазная среда

SALVADOR DALI (1983)



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ